LOGICA Y TEORIA DE LA CIENCIA

LOGICA DIVERGENTE

Susan Haack

PARANINFO S.A

LOGICA DIVERGENTE

Susan Haack

Lógica divergente

Colección
LOGICA Y TEORIA DE LA CIENCIA

PARANINFO S.A.
1980 MADRID

Traducido por

EUGENIO GIL BORJABAD
Catedrático de Filosofía

Revisado por

PASCUAL MARTINEZ FREIRE
Profesor agregado numerario de Lógica
de la Universidad Complutense de Madrid.
Vicedecano de la Facultad de Filosofía y
Ciencias de la Educación de la Universidad Complutense
de Madrid

© Cambridge University Press
© de la edición española, PARANINFO, S. A. Madrid (España)
© de la traducción española, PARANINFO, S. A. Madrid (España)

Título original inglés,
DEVIANT LOGIC

Reservados los derechos de edición,
reproducción o adaptación para
todos los países de lengua española

IMPRESO EN ESPAÑA
PRINTED IN SPAIN

ISBN: 0-521-20500-X (edición inglesa)
ISBN: 84-283-1034-3 (edición española)
Depósito Legal: M. 34.882-1979

PARANINFO S.A. Magallanes, 25 - Madrid (15) (3-2767)

GREFOL, S. A., Pol. II, La Fuensanta. Móstoles (Madrid)

a

JOS

SPS

Si la pura lógica no es concluyente ¿qué es?
(Quine [1970], p. 81.)

Indice de materias

Prefacio 11
Agradecimientos 13
Nota sobre notación 14

PRIMERA PARTE

Capítulo 1. 'Alternativa' en 'lógica alternativa' 16
1. Lógicas rivales versus suplementarias 16
2. Lógicas divergentes versus extendidas 18
3. El argumento contra la rivalidad genuina 22
   (i) El argumento de la dependencia teórica de los significados de las conectivas 24
   (ii) El argumento de la traducción 28
4. Variedades de divergencia 34

Capítulo 2. Razones para la divergencia 37
1. El problema: ¿puede existir una buena razón para un cambio de lógica? 37
2. Un punto de vista radical sobre el status de las leyes lógicas 37
3. Dos puntos de vista absolutistas 38
   (i) La lógica como una ciencia completa: Kant 38
   (ii) La pretendida autoevidencia de las leyes lógicas: Frege 40
4. En favor del punto de vista pragmatista 41
5. Objeciones a la concepción pragmatista de la lógica 46
   Objeción (i): este punto de vista es incoherente 46
   Objeción (ii): este punto de vista es metodológicamente vicioso 47
6. Un lado débil en la concepción pragmatista 49
7. Razones ofrecidas en favor de los sistemas divergentes 50
8. ¿Reforma global o local? 52

Capítulo 3. La divergencia y la teoría de la verdad 56
1. El tercer valor de verdad y algunas alternativas 56
   (i) La tesis del no item 57

(ii) La tesis de la forma engañosa 61
(iii) y (iv) Huecos de valor de verdad y nuevos valores de verdad: (*a*) ¿Qué tipo de sistema es apropiado para la tesis del hueco de valor de verdad? (*b*) ¿Compromete el uso de un sistema polivalente la tesis de nuevo (s) valor (es) de verdad? 64
2. Consecuencias para la teoría de la verdad 72
(i) El principio de bivalencia 73
(ii) La ley de tercio excluso 74
(iii) El esquema (V) 75

SEGUNDA PARTE

Capítulo 4. Futuros contingentes 82
1. El argumento de Aristóteles: exposición y comentarios 82
2. El problema acerca de los portadores de verdad 90
3. ¿Una insuficiencia en la solución de Aristóteles? 91
4. La insuficiencia de la solución de Łukasiewicz. Una propuesta alternativa. 92
5. Interpretaciones modales del sistema de Łukasiewicz 95
6. Conclusiones 97

Capítulo 5. Intuicionismo 99
1. El punto de vista intuicionista de la matemática y la lógica 99
2. La crítica intuicionista de la lógica clásica 101
3. Lógica intuicionista ¿rival o suplemento? 103
4. Valoración de la crítica intuicionista 105
5. Una teoría intuicionista del significado 110
6. Conclusiones 115

Capítulo 6. Vaguedades 116
1. Localización del problema 116
2. Las consecuencias de la vaguedad: argumentos a favor del fracaso de la lógica clásica 119
3. ¿Son los argumentos contra la lógica clásica consistentes? 121
4. ¿Están las oraciones vagas dentro del alcance de la lógica? 122
5. ¿Puede ser eliminada la vaguedad? 125
6. Conclusiones 130

Capítulo 7. Términos singulares y existencia 131
1. El problema 131
2. Algunas reacciones posibles 132
(i) se puede admitir que la lógica clásica incorpora algunos supuestos existenciales, pero niega sin embargo, que se requieran modificaciones 132

(ii) la acomodación de los términos que no denotan podría ser lograda por cambios en la forma de traducir al formalismo lógico 136
(iii) se podría permitir la modificación del aparato deductivo, pero restringida al nivel del cálculo de predicados 140
(iv) la reacción más radical requiere modificación en el nivel del cálculo proposicional 141
3. Algunos comentarios a estas alternativas 146
4. Una propuesta bastante conservadora 147
5. Conclusiones 150

Capítulo 8. Mecánica cuántica 151
1. El problema 151
2. Los argumentos para un cambio de lógica. El argumento de Reichembach 151
3. Objeciones al argumento de Reichembach 155
(i) es metodológicamente impropio modificar la lógica en respuesta a las dificultades físicas 155
(ii) la modificación de la lógica para evitar dificultades en la teoría cuántica conlleva un sacrificio de simplicidad demasiado grande . . 157
(iii) Reichembach se equivoca al pensar que las anomalías causales son derivables en la mecánica cuántica 159
(iv) la lógica de Reichembach no evita las anomalías causales 161
4. ¿Evitará un cambio diferente de lógica las anomalías? 162
5. Objeción (v) las lógicas cuánticas no son realmente lógicas 165
6. Conclusiones 167

Apéndice 169

Bibliografía 179

Indice 188

Prefacio

Después del trabajo de Peirce [1902], MacColl (p. ej. [1906]) y Vasiliev (p. ej. [1910], [1911]) y particularmente después de los escritos pioneros de Lukasiewicz [1920] y Post [1921], han sido ideados un considerable número de sistemas no estandard de lógica. Las propiedades formales de estos sistemas han sido estudiadas con bastante ahinco.

Sin embargo aunque han sido hechas muchas críticas de la lógica clásica (Aristóteles mismo planteó algunos problemas), y aunque ha habido mucha discusión de las posibles interpretaciones de las lógicas no estandard, ha sido relativamente poco frecuente la discusión de las consideraciones filosóficas suscitadas por las propuestas para un cambio de lógica. La discusión habida (p. ej. Zinoeviev [1963] y Rescher [1969]) ha adolecido de preocupación demasiado exclusiva sobre las lógicas polivalentes. Las consideraciones filosóficas suscitadas por las lógicas polivalentes, lógica intuicionista, lógica minimal, lógica cuántica, etc., son, diría yo, comparables y deberían ser investigadas conjuntamente. Ese es el propósito de este ensayo, intentar abordar algunas de estas consideraciones con mayor claridad.

Me dirigiré en particular a las cuestiones

1. ¿Son posibles sistemas genuinamente rivales de la lógica clásica? Y naturalmente ¿qué significa decir que un sistema es rival de otro?

2. Si puede haber sistemas rivales de la lógica clásica ¿es posible que hubiera razones para preferir un sistema rival? ¿Qué clase de razón podrían ser considerada como buena?

3. ¿Qué consecuencia tendría la adopción de un sistema no estandard para la teoría de la verdad y para los portadores de verdad?

Eso será lo concerniente a la primera parte.

En la parte segunda, al revisar el estudio de un número de disputas en las que ha sido propuesto un cambio de lógica, intentaré mostrar como esas mismas consideraciones generales se repiten a pesar de la variedad de posturas y cómo las conclusiones de la primera parte pueden ser aplicadas.

Suscitaré inevitablemente tantas preguntas como respuestas. Mis respuestas a estas preguntas serán sin duda de alguna forma insatisfactorias, pero confío al menos en convencer al lector de que hay cuestiones importantes e interesantes. Convendría resaltar que las consideraciones suscitadas por la posibilidad de lógicas alternativas son absolutamente centrales a la filosofía de la lógica y no precisamente porque se vaya a plantear todo el alcance de problemas de la filosofía de la lógica en el cur-

so de la discusión (el significado de las conectivas, la naturaleza de los portadores de verdad, la definición de verdad, etc.), sino más fundamentalmente porque uno no puede esperar entender lo que una lógica alternativa puede ser, o qué clase de razón se puede tener para adoptarla, sin dejar claras algunas cuestiones básicas sobre la naturaleza y estatus de la lógica.

Rosser y Turquete han sugerido ([1952], p. 2) que la discusión de la motivación e interpretación de los sistemas no estandard era prematura; serviría para el examen comprensivo de las características formales de tales sistemas. Pero, como argumentaré, no está todavía claro por ejemplo qué distinción formal puede haber entre los sistemas no estandard que son rivales de la lógica clásica y los que son suplementarios, o entre sistemas que adoptan la suposición de que hay huecos de valor de verdad y sistemas que adoptan la suposición de que hay valores intermedios. Y así, anticipando algo del trabajo filosófico, es a veces incierto qué investigaciones formales prometen ser fructuosas. Esto es por lo que –a pesar de que no niego el interés del trabajo formal en la lógica no estandard que frecuentemente tendré ocasión de mostrar– pienso que el examen serio de las consecuencias filosóficas antes que de las puramente formales de sistemas no estandard está actualmente poco desarrollado.

AGRADECIMIENTOS

Este libro está basado en un trabajo supervisado por el Dr. T. J. Smiley y por el Dr. I. M. Hacking, sobresaliente en el grado de doctor en filosofía de la universidad de Cambridge. Doy gracias a todos los amigos y colegas en Cambridge y Warwick con los que he discutido los problemas suscitados aquí, especialmente a Robin Haack que leyó todo el manuscrito y me prestó apoyo moral.

NOTA SOBRE NOTACION

La Notación es "russeliana" en todo el trabajo, incluso en la discusión de autores como Lukasiewicz que usa notación polaca. Uso

A, B ...	como metavariables
p, q ...	como letras de sentencias
$\sim$	como negación
v	como disyunción
&	como conjunción
$\supset$	como implicación material
$\equiv$	como equivalencia material
x, y ...	como variables de individuo
$(\exists$ ...)	como cuantificador existencial
( )	como cuantificador universal
F, G ...	como letras de predicado
L	como necesidad
M	como posibilidad
*	en los valores de entrada de una tabla indica que ese valor está designado

Los distintos símbolos ("$\neg$", "$\wedge$", "$\rightarrow$", "$\leftrightarrow$") son a veces usados cuando es importante distinguir las conectivas de un sistema divergente.

Las estructuras formales de los sistemas a que me refiero son descritas en el apéndice con el detalle necesario para mis propósitos.

PRIMERA PARTE

1 «Alternativa» en «lógica alternativa»

Hay muchos sistemas de lógica, por ejemplo los polivalentes y los modales, que no son estandard, es decir, difieren de una manera u otra de la lógica clásica. A causa de esta pluralidad de lógicas surge naturalmente la cuestión de si los sistemas no estandard son alternativas a la lógica clásica y en qué manera lo son. Intentaré aclarar este asunto en el presente capítulo. El procedimiento será el siguiente. Empiezo por distinguir (§ 1) un sentido más débil y uno más fuerte en que los sistemas no estandard pueden ser alternativos a la lógica clásica. Después investigo (§ 2) si hay un criterio formal por el cual juzgar en qué categoría entra un sistema. Está establecido que cualquier test formal tiene que estar complementado por consideraciones de significado, y que hay argumentos que, si fuesen sólidos, demostrarían que no puede existir ningún sistema que sea una alternativa a la lógica clásica en el sentido más fuerte. En (§ 3) se muestran como inadecuados. De este modo en (§ 4) investigaré algunas de las posibles variedades de cambio de lógica.

1. LOGICA RIVAL VERSUS LOGICA SUPLEMENTARIA

A veces los sistemas no estandard han sido ideados e investigados por un interés puramente formal. A menudo, sin embargo, la construcción de sistemas no estandard está motivada por la creencia de que la lógica clásica está de algún modo equivocada o es inadecuada. Al investigar más detenidamente la motivación para los sistemas no estandard se nota una diferencia entre el tipo de cambio que recomienda un partidario del intuicionismo o de la lógica polivalente y el tipo de cambio que recomienda, por ejemplo, un lógico modal. Hablando en términos generales: hay una importante diferencia entre las afirmaciones hechas por el lógico intuicionista o polivalente, por un lado, y el lógico modal, por el otro; parece ser que el primero considera que su sistema es una alternativa a la lógica clásica en el sentido fuerte de que su sistema debería ser empleado *en lugar del clásico*. Mientras que el segundo ve su sistema como una alternativa a la lógica clásica solamente en el sentido más débil de que debería ser empleada *lo mismo que* la clásica. Un síntoma de esta diferencia –citado por Ackerman ([1967], p. 15)– es que los primeros tienen tendencia a considerar que la lógica clásica está equivocada en el sentido de que incluye afirmaciones que no son verdaderas. Yo diría que los lógicos intuicionistas o polivalen-

tes piensan que están proponiendo un sistema *rival*, mientras que los lógicos modales piensan que están proponiendo un sistema *suplementario*. El rival es, entonces, un sistema cuyo uso es incompatible con el estandard, mientras que el suplementario es aquel cuyo uso es compatible con el estandard.

Ahora puedo distinguir facilmente los sistemas propuestos como rivales y los propuestos como suplementarios.

Sistemas propuestos como rivales	*Sistemas propuestos como suplementarios*
Lógica intuicionista	Lógicas modales (p. ej. los sistemas Lewis; no la lógica modal de 4 valores de Lukasiewicz
Lógica minimal	
Lógicas polivalentes de Lukasiewicz y Bochvar	Lógica epistémica
Lenguajes presuposicionales de van Fraassen	Lógica deóntica
La lógica de Reichembach, Destouches-Février, Birkhoff y Von Neumann para la mecánica cuántica.	Lógica temporal

El que un sistema sea propuesto como rival o suplementario no debe confundirse con otros dos tipos de cuestiones que también surgen en la filosofía de la lógica no estandard: cuestiones que conciernen al tipo de *fundamento* dado para la selección de lógica, y cuestiones que conciernen al punto de vista que se debe adoptar sobre el *campo de aplicación* de un sistema alternativo.

Algunos de los que proponen sistemas que toman como rivales del clásico, piensan que la lógica puede, en un sentido absoluto, ser verificada o falsada. A estos les llamaré *realistas*. Otros piensan que la selección de lógica debe estar basada en los fundamentos de la conveniencia, simplicidad y economía. A estos les llamaré *pragmatistas*. Brouwer, en este sentido es un realista, piensa que se puede demostrar que la lógica clásica está equivocada, (ver Brouwer [1952]). Putnam, por otra parte, es en mi clasificación un pragmatista al pensar que la física relativamente sencilla y la lógica de Birkhoff y von Neumann debe preferirse a una física más compleja y a la lógica estandard, por razones de sencillez y economía, (ver Putnam [1969]). No se debe confundir la distinción entre los que proponen sistemas rivales y los que proponen sistemas suplementarios con la distinción entre realistas y pragmatistas (Rescher [1969]), en el capítulo 3 corre el peligro de hacer esta confusión). Existen los *dos tipos*, realistas y pragmatistas, entre los que proponen sistemas, según afirman, rivales.

Algunos de los que proponen sistemas que consideran rivales de la lógica clásica, piensan que sus sistemas deben reemplazar la lógica clásica en todas sus aplicaciones. A estos les llamaré reformistas *globales*. Otros piensan que sus sistemas deben reemplazar la lógica clásica solamente en algunas aplicaciones. A estos les llamaré reformistas *locales*. Dummett, por ejemplo es un reformista global; quiere reemplazar

la lógica clásica por la intuicionista en todas sus aplicaciones, (ver Dummet [1959]); mientras que los intuicionistas tradicionales son reformistas locales. Estos últimos consideran que la lógica clásica falla solamente en el razonamiento matemático. La distinción entre los que proponen sistemas rivales y los que proponen sistemas suplementarios no deben confundirse con la distinción entre reformistas globales y locales. (Farber [1942] está en peligro de hacer esta confusión.) Se encuentran los *dos tipos* de reformistas, globales y locales, entre los que proponen sistemas supuestamente rivales. Es discutible desde luego que un partidario de un sistema rival *deba* ser un reformista global, pero este es un asunto aparte.

Es tentador aceptar al pie de la letra las declaraciones hechas por los que proponen la lógica no estandard. Es decir, suponer que las lógicas intuicionista y polivalente son realmente rivales de la lógica clásica, tal como lo dicen sus defensores; mientras que las lógicas modales son en realidad suplementarias, tal como lo afirman sus propios defensores. Y dejar ahí la cuestión de en qué sentido las lógicas no estandard son alternativas de la lógica clásica. Pero esto sería obviamente insatisfactorio. Uno debe por lo menos preguntarse si las lógicas intuicionistas o polivalentes son realmente, tal como ellos afirman, alternativas de la lógica clásica en el sentido fuerte de que están en conflicto con ella. Una manera natural de tratar este asunto es preguntar si hay alguna característica formal de estos sistemas por la cual uno pueda reconocer su rivalidad con la lógica clásica.

2. LOGICAS DIVERGENTES VERSUS LOGICAS EXTENDIDAS

Los sistemas pueden diferenciarse *sintácticamente* (es decir, respecto al conjunto de teoremas) o *semánticamente* (es decir, respecto a la interpretación) o, claro está, de las dos maneras. Comenzaré investigando las posibles diferencias sintácticas entre sistemas.

Las diferencias entre conjuntos de teoremas de dos sistemas L_1 y L_2 pueden estar asociadas o no con diferencias en el vocabulario. Señalo tres posibilidades relevantes:

(1) La clase de fbf de L_1 incluye propiamente la clase de fbf de L_2 y la clase de teoremas/inferencias válidas de L_1 incluye propiamente la clase de teoremas/inferencias válidas de L_2, los teoremas adicionales/inferencias válidas de L_1 contienen esencialmente todos ocurrencias del vocabulario adicional[1] de L_1.

En este caso llamo a L_1 una extensión de L_2. En el caso de que L_2 sea una lógica clásica, llamo a L_1 una *lógica extendida.*

[1] La cuestión de si un vocabulario es adiconal es fácil de solucionar, por ejemplo los sistemas modales pueden resultar dificultosos para, por ejemplo, la lógica polivalente con, digamos, más de una "implicación".

Ejemplos: El cálculo clásico de lógica proposicional es una extensión del fragmento implicacional, las lógicas modales como V o el sistema de Lewis son extensiones del cálculo proposicional clásico.

(2) la clase de fbf de L_1 y la clase de fbf de L_2 coinciden, pero la clase de teoremas/inferencias válidas de L_1 difiere de la clase de teoremas/inferencias válidas de L_2. En este caso llamaré L_1 y L_2 *divergentes* uno de otro.

En el caso de que L_2 sea una lógica clásica, llamo a L_1 una *lógica divergente.*

Ejemplos: la lógica de 3 valores de Łukasiewicz (sin la adición del operador "v" de Slupecki) es una desviación de la lógica clásica de dos valores, siendo sus teoremas un subconjunto propio de los teoremas de la lógica clásica.

(3) la clase de fbf de L_1 incluye propiamente la clase de fbf de L_2, y la clase de teoremas/inferencias válidas de L_1 difiere de la clase de teoremas/inferencias válidas de L_2 no solamente en que L_1 incluye teoremas adicionales que presuponen esencialmente el vocabulario adicional, sino también en los conjuntos de teoremas que presuponen solamente el vocabulario común.

En este caso llamaré L_1 y L_2 *cuasi divergentes* uno de otro. En el caso de que L_2 sea una lógica clásica, llamo a L_1 una *lógica cuasi divergente.*

Ejemplos: la lógica de tres valores de Reichembach es una *cuasi divergencia* de la lógica clásica de dos valores.

Si L_1 es una cuasi divergencia de L_2, entonces hay un subsistema de L_1, obtenido por la supresión en L_1 de todo vocabulario adicional que sobrepase a L_2 y que es una desviación de L_2. Desde ahora me referiré a los sistemas divergentes y cuasi divergentes como lógicas divergentes.

Los sistemas propuestos como suplementos de la lógica clásica difieren típicamente de ella de la primera manera, y los sistemas propuestos como rivales difieren en la segunda y tercera manera. Por lo tanto es tentador llegar a la conclusión de que las lógicas extendidas son suplementarias de la lógica clásica y de que las lógicas divergentes y cuasi divergentes son rivales de la lógica clásica. Esta conclusión parece plausible, sobre todo en vista de lo siguiente: el que propone una lógica divergente o cuasi divergente consideraría este sistema como un rival de la lógica clásica precisamente porque le faltan ciertos teoremas que la lógica clásica tiene; o, más raramente viceversa, por ejemplo en los sistemas polivalentes de Post. Hay principios que el lógico clásico aprueba mientras que el lógico divergente no los consiente; o, rara vez, viceversa, y es por eso que un sistema divergente rivaliza con el clásico. (Puede ser provechoso observar que la regla indicativa utilizada por Hackstaff [1966], p. 207, para distinguir sistemas no estandard es que si a algún sistema le faltan ciertos teoremas característicos de la lógica clásica, este será denominado no estandard.)

Quizás se deberían distinguir dos posibilidades: primero: que un sistema divergente debería tener como teorema la contradicción de una fbf que la lógica clásica

tiene como teorema, y segundo: que a un sistema divergente le debería simplemente faltar como teorema una fbf que la lógica clásica tanga. Es la segunda posibilidad la que se lleva a cabo en el caso de los sistemas bajo consideración. Sin embargo al aceptar, digamos, "*p* o no *p*" como un teorema, el lógico clásico está afirmando algo implicitamente general (que sea lo que sea *p*, "*p* o no *p*" es verdadero) y cuando por ejemplo, el intuicionista se niega a aceptar "*p* o no *p*" como teorema, lo hace porque cree que en ciertos casos "*p* o no *p*" no es verdad. Asi que aunque el conflicto no sea tan agudo como en el caso de una lógica que tuviese "no (*p* o no *p*)" como teorema, existe de todas formas aparentemente un conflicto, esto es, algo que el lógico clásico afirma mientras que el lógico divergente niega.

Igualmente parece plausible esperar que los sistemas extendidos sean suplementarios de la lógica clásica –uno esperaría que el defensor de una lógica extendida trataría a su sistema como suplementario, precisamente porque no le quita nada pero añade nuevo vocabulario a partir del cual se pueden expresar nuevos teoremas.

No obstante sería una equivocación pensar que la lógica divergente es un test de rivalidad. Las dificultades vienen de dos direcciones. Primero, existe la cuestión de si el ser divergente es una condición necesaria para la rivalidad, ya que hay algunas lógicas en la lista de sistemas propuestos como rivales que no llegan a satisfacer el criterio de la divergencia.

Los lenguajes presuposicionales de van Fraassen entran dentro de esta categoría; véase van Fraassen [1966], [1968], y especialmente [1969]. Tales lenguajes tienen exactamente los teoremas de la lógica clásica; pero se los interpreta de manera que permiten huecos de valor de verdad. Pues una "sobrevaloración" asigna a una fbf molecular cuyos componentes carecen de valor de verdad, ese valor que cualquier valoración clásica le daría si es que la fórmula tiene un único valor, en cualquier otro caso no asigna valor. Así, una sobrevaloración asignaría "verdadero" a "$p \vee \sim p$" ya que en ambas valoraciones clásicas, en la que a "*p*" se le atribuye "verdadero" y en la que se le atribuye "falso" resulta verdadero. Pero no asignaría ningún valor a "*pvq*" ya que en algunas valoraciones clásicas (p. ej. | p | = | q | = v) el resultado es "verdadero" y en otras (p. ej. | p | = | q | = f) el resultado es "falso". En consecuencia todas las tautologías clásicas y sólo ellas están designadas. Esto sugiere que uno debe considerar tal lenguaje como semánticamente no estandard aunque sintácticamente convencional. Van Fraassen afirma, sin embargo ([1969], pp. 79-86) que el cambio que propone tiene consecuencias para la deductibilidad, aunque no para la propiedad de tener teoremas (theoremhood). Así que es posible que sus lenguajes presuposicionales *estén* dentro del alcance de la definición de divergencia.

También surge alguna dificultad en la lógica de tres valores de Bochvar. Las tablas de verdad para las conectivas "internas" son tales que cuando hay una entrada intermedia, también hay un resultado intermedio, de modo que no hay nunca fórmulas bien formadas que tomen uniformemente "ν" y que contengan conectivas internas.

Las conectivas "externas" se definen en términos de las internas y de un opera-

dor de afirmación que toma valor "verdadero" si sus argumentos toman "verdadero", pero que toma el valor "falso" en caso contrario; de modo que sus tablas de verdad son tales que cualquiera que sea la entrada el resultado es siempre clásico. Esto sugiere que sería natural pensar las conectivas externas como correspondientes a sus equivalentes clásicos, y las internas como correspondientes al nuevo vocabulario. Basándose en esta interpretación, la lógica de Bochvar aparece como extendida en lugar de divergente. (Rescher [1969], pp. 30-32.) Naturalmente esto puede hacernos concluir que la lógica de Bochvar es un suplemento y no un rival, en lugar de concluir que la divergencia no es después de todo una condición necesaria de la rivalidad.

La segunda dificultad es más grave. No es seguro que la divergencia sea *suficiente* para la rivalidad. Supongamos que uno se pregunta cómo tiene que ser demarcada la lógica clásica. Esto es dado, pienso yo, por una referencia a su conjunto de teoremas e inferencias válidas. Cualquier sistema con los mismos teoremas/inferencias que, digamos, *Principia matematica,* cuenta como una formulación o versión de la lógica clásica. En particular, un sistema que difiere solamente de PM en que emplea una notación distinta, pero traducible al otro –como "&" en vez de "." para la conjunción– es simplemente una *variante de notación* de la lógica clásica.

Ahora me encuentro con el siguiente problema: un sistema L_1, que tiene como teoremas un conjunto de fbf tipográficamente distinto del conjunto de fbf de PM es simplemente una variante notacional de ese sistema si al reemplazar uniformemente ciertos símbolos de L_1 por los de PM convierte en idénticos a los conjuntos de teoremas. Si alguien pensó que L_1 era rival de PM solamente porque tales fbf como "$p \cdot q \supset p$" faltaban de su conjunto de teoremas confundió una diferencia puramente tipográfica por un desacuerdo sustancial. Ahora surge la cuestión de si el aparente desacuerdo entre lógicos divergentes y clásicos no podría ser, similarmente, una mera apariencia. Por ejemplo, supongo que la lógica de 3 valores de Lukasiewicz es rival de la clásica porque esta última tiene como teorema ciertas fbf, como "$p \text{v} \sim p$" que no son teoremas en Łukasiewicz. Pero la simple falta en el conjunto de teoremas de Ł$_3$ de fbf de cierta forma tipográfica no es suficiente para demostrasr que existe un verdadero conflicto entre L_3 y la lógica clásica. Permanece la cuestión de si estas fbf significan lo mismo en ambos sistemas. Si, por ejemplo, uno llegase a creer que Lukasiewicz empleaba "v" como una notación inadecuada para la operación generalmente escrita "&"; uno no supondría que la falta de la fbf "$p \text{ v} \sim p$" de su conjunto de teoremas demostraba que L_3 era rival de la lógica clásica.

Me encuentro con otro problema. He encontrado rasgos formales –divergentes y semidivergentes– que parecían admisibles como condiciones suficientes para la rivalidad. De modo que parecía que existían sistemas, la lógica semidivergente y la divergente, que podrían ser descritos propiamente como rivales de la lógica clásica, o sea *alternativos* a ella, en el sentido fuerte de la palabra. Pero se ha hecho visible la posibilidad de sostener que este aspecto de rivalidad lleva a conclusiones erróneas. Esta línea de argumentación debe ser investigada.

3. EL ARGUMENTO CONTRA LA RIVALIDAD GENUINA

Aunque no existe ninguna duda de que los sistemas divergentes y semidivergentes han sido *propuestos como* rivales de la lógica clásica, algunos escritores discuten que los sistemas propuestos como tales en realidad no lo son, porque esta aparente incompatibilidad con la lógica clásica es explicable como resultante del cambio de significado de las constantes lógicas. Quine, por ejemplo, escribe:

> la desviación de la ley del tercio excluso no puede explicarse con evidencia como un uso revisado de "o" o "no"... Para el lógico divergente las palabras "o" y "no" son desconocidas y no familiares
>
> ([1960 a], p. 396.)

y

> las lógicas alternativas son prácticamente inseparables del *mero cambio en el uso de palabras lógicas*
>
> ([1960 a], p. 389, las cursivas son mías.)

El hilo conductor que lleva a esta postura parece ser el siguiente:

(*a*) si hay cambio de significado de las constantes lógicas no existe conflicto real entre la lógica divergente y la clásica,

(*b*) si hay divergencia, las constantes lógicas cambian de significado,

de manera que

(*c*) no existe conflicto real entre la lógica clásica y la divergente.

Putnam, cuya postura hacia la lógica divergente es más comprensiva que la de Quine escribe:

> las palabras lógicas "o" y "no" tienen un cierto significado esencial que es... *independiente* del principio del tercio excluso. De modo que en cierto sentido el significado no cambia si nos pasamos a una lógica de 3 valores o a una intuicionista. Claro está que si decimos que un cambio en los principios lógicos aceptados es equivalente al cambio en el significado de las conectivas lógicas, lo que uno tiene en mente es el hecho de que cambiar los principios lógicos aceptados afectará el uso global de las conectivas lógicas, entonces la tesis es tautológica y difícilmente discutible. Pero si lo que se dice es que un cambio en los principios lógicos aceptados viene a ser simplemente una redefinición de las conectivas lógicas, entonces, en el caso de la lógica intuicionista, esto se puede demostrar como falso.
>
> ([1962], p. 377.)

Como este texto sugiere, la discusión sobre este intento de trivializar la diver-

gencia en la lógica se ha concentrado en la premisa (*b*); (*a*) ha sido concedida o ignorada.

Sin embargo no es difícil ver que la premisa (*a*), tal como está, es falsa. (*a*) dice que si se puede demostrar que lo que el lógico divergente entiende por esas constantes lógicas difiere a veces de lo que entiende el lógico clásico, entonces se sigue que no hay conflicto real entre el sistema divergente y el clásico. Es verdad que si lo que el lógico divergente entiende por una cierta conectiva "*c*" es a veces diferente de lo que se entiende por la conectiva tipográficamente idéntica en lógica clásica, entonces, si a la lógica divergente le falta como teorema una fbf, "*w*", que contiene "*c*" como única conectiva, y que es un teorema de la lógica clásica, en un importante sentido, lo que el lógico divergente niega no es lo que el clásico afirma. Sin embargo no se sigue que *nada* de lo que el lógico divergente dice es inconsistente con *cualquier cosa* que diga el clásico del hecho de que lo que el lógico divergente niega cuando niega que "*w*" sea lógicamente verdad no sea lo que el lógico clásico afirma cuando afirma que "*w*" es lógicamente verdad. De todas formas puede haber conflicto.

Considérese el siguiente caso: un lógico divergente, *D*, niega que la fbf "$(p \vee q) \supset \supset (\sim p \supset q)$"sea lógicamente verdadera. El lógico clásico, *C*, considera esta fbf como un teorema. Sin embargo se descubre que *D* quiere decir con "v" lo que *C* con "&". Se sigue que cuando *D* niega que "$(p \vee q) \supset (\sim p \supset q)$"es lógicamente verdadera, lo que niega no es que lo que *C* afirma cuando *C* afirma que "$(p \vee q) \supset (\sim p \supset \supset q)$" es lógicamente verdadera. Pero no resulta de esto que no hay un desacuerdo real entre *C* y *D*, porque *C* también piensa que "$(p \,\&\, q) \supset (\sim p \supset q)$" es lógicamente verdadera, de modo que cuando *D* niega que "$(p \vee q) \supset (\sim p \supset q)$" es lógicamente verdadera, lo que niega es, después de todo, algo que *C* acepta. Esto demuestra que la diferencia de significado de las conectivas entre los sistemas clásicos y divergentes *no es suficiente* para establecer la falta de rivalidad entre ellos.

Otra consideración aporta la misma conclusión. Hay algunos casos de diferencias entre lógicas en los cuales, a primera vista, no se puede explicitar el conflicto aparente en términos de diferencia de significado de las conectivas. Si a L_D (el sistema divergente) le faltan ciertos principios que L_C (el sistema clásico) acepta, y *en esos principios no hay ocurrencias de conectivas*, entonces la aparente diferencia entre L_D y L_C no puede ser explicada sencillamente como debido a una idiosincrasia en los significados de las conectivas de L_D. Puesto que en un sistema consistente, las fórmulas atómicas no son demostrables, la posibilidad de explicación en términos del significado cambiado de las conectivas, es siempre posible cuando la diferencia entre L_D y L_C está en el conjunto de teoremas. Pero ahora consideremos la formulación de Gentzen de la lógica minimal (L_J): difiere de la lógica clásica no respecto a la introducción y eliminación de reglas para las conectivas, sino respecto a las reglas estructurales para la deductibilidad; a saber, resulta de la restricción de las reglas de la lógica clásica (L_K) debida a la no aceptación de múltiples resultados. Como esta restricción no contiene referencia esencial a alguna conectiva es difícil ver cómo podría ser explicable surgiendo de la diferencia de significado de las conectivas.

El mismo argumento se puede aplicar al cálculo de Heyting que resulta en la formulación de Gentzen al añadir a L_j la regla "de A y $\neg A$ inferir B" mientras se conserva la restricción sobre resultados múltiples. Este argumento no es totalmente concluyente ya que se puede pensar que la razón para la restricción sobre la deductibilidad se basa en un deseo de evitar ciertos teoremas, p. ej. "$p \vee \neg p$", y que el deseo de evitar estos teoremas puede surgir de la idiosincrasia de las conectivas. Pero el argumento es al menos sugestivo y no se puede desechar sugiriendo que la diferencia entre la lógica clásica y la minimal sea atribuible a la idiosincrasia del significado de "$\vdash$". El partidario de la lógica minimal o intuicionista no es comparable a esos filósofos que han sido suficientemente impresionados por las "paradojas" de la implicación estricta para negar que la implicación estricta puede ser identificada con la vinculación o consecuencia lógica. Tales escritos podrían (como sugiere Smiley [1959]) proponer principios alternativos para "$\vdash$", y, si lo hicieran, sería precisamente a causa de su especial interpretación de "$\vdash$". El intuicionista, por el contrario, quiere decir lo mismo con "$\vdash$" que el lógico clásico, pero, sin embargo, cree que no se da para "$\vdash$" un principio que el lógico clásico acepta.

De modo que un cambio de significado no es suficiente para evitar el conflicto. Si la diferencia de significado es suficiente para dar cuenta del aparente conflicto esto depende de la naturaleza exacta del significado cambiado. Sin embargo hay argumentos que, si fuesen sólidos, demostrarían que la adopción de un sistema divergente tiene que traer consigo un cambio general en los significados de las conectivas lógicas que sería suficiente para dar cuenta del aspecto de incompatibilidad con la lógica clásica.

(i) el argumento de la dependencia teórica del significado de las conectivas

El argumento más obvio para una versión fuerte de las premisas (*b*) apelará a la tesis de que el significado de las conectivas lógicas está enteramente dado por los axiomas y/o reglas de inferencia del sistema en que ocurren. (Ver Carnap [1937], Fremlin [1938] y Campbell [1958]. Presumiblemente se sigue inmediatamente de esta tesis que la adopción de un conjunto de axiomas divergentes trae consigo un cambio general en el significado de las conectivas. Para considerar la cuestión habrá que ver qué conjuntos de axiomas o reglas deben ser propuestos. Un defensor de la tesis de que los significados de las conectivas están dados por los axiomas o reglas del sistema en que ocurren, caso de que los conjuntos de axiomas fueran equivalentes, es decir produjeran el mismo conjunto de teoremas, desearía presumiblemente contar con dos axiomatizaciones como las mismas desde este punto de vista, aunque no hubiese las mismas fbf en cada conjunto, puesto de otra manera se vería forzado a decir que las conectivas diferían en significado en axiomatizaciones alternativas al cálculo proposicional clásico. Contarían dos conjuntos de axiomas que contienen las mismas conectivas como diferentes sólo si producen diferentes conjuntos de teoremas, es decir son divergentes uno de otro.

Hay una interesante analogía entre este punto de vista y la tesis de Feyerabend según la cual esta diferencia entre dos teorías científicas aparentemente rivales implica diferencias de significado de los términos que ocurren en las teorías (análogamente: diferencias entre dos aparentes lógicas rivales implica diferencias de significado de las constantes lógicas); también se da la analogía entre las premisas (*a*) y la crítica hecha a Feyerabend, por ejemplo por Shapere, de que su tesis de variación de significado supone que las teorías científicas que son propuestas como rivales a cualquier otra no son realmente incompatibles después de todo (análogamente: lo que niega el lógico divergente no es, aunque parezca lo contrario, algo que el lógico clásico afirme). Ver Feyerabend [1962], [1963], Shapere [1966].

A primera vista al menos, la tesis de variación de significado parece más plausible cuando se aplica a las teorías lógicas que cuando se aplica a las teorías científicas, pues, en el último caso, parece haber ciertas limitaciones sobre el significado de los términos teóricos hasta el punto de que hay alguna conexión con los observables, mientras que en el primer caso no hay tales limitaciones aparentes sobre el significado de las conectivas.

La posibilidad de este tipo de argumento es reconocida por Quine en [1960 a] y por Putnam [1969]. Sin embargo, ni Quine ni Putnam piensan que el concepto de significado está suficientemente claro para la tesis de que el significado de las constantes de un sistema es dado por los axiomas/reglas del sistema que equivalen a algo sobre lo cual tal peso puede ser emplazado. Putnam presenta en contra de este argumento las siguientes consideraciones que son especialmente interesantes dada la analogía descubierta arriba entre la tesis de variación de significado para teorías científicas y para teorías lógicas. Sugiere que tanto para los términos lógicos como para los científicos, existen constricciones operacionales que suministran un grado de comunidad de significado entre teorías suficiente para permitir una genuina incompatibilidad. Continúa argumentando que, al igual que en la teoría de la relatividad, donde el grupo de leyes geométricas y físicas implicadas en el concepto euclideano de *linea recta* se desmoronaron, así, en la mecánica cuántica, el grupo de leyes lógicas y físicas incluidas implicadas en los conceptos clásicos de *conjunción* y *disyunción*, se han desmoronado. La solución que propone es:

> *negar* que exista alguna operación o proposición precisa y significativa que tenga las propiedades clásicamente atribuidas a "y" y "o".
>
> ([1969], p. 232.)

Sigue argumentando que debemos reemplazar la vieja lógica por una nueva y los viejos conceptos de conjunción y disyunción por otros nuevos, pero tales que compartan el "núcleo esencial" de significado con los viejos. (Ver Putnam [1957] para la noción de "núcleo esencial" de significado, y [1962] para la noción de concepto de "grupo de leyes".)

Sin embargo, puede que no sea necesario en orden a evitar el argumento de cambio de significado argüir con Putnam que hay constricciones operacionales también

sobre los términos lógicos. Las premisas sobre las cuales se basa el argumento de que los significados de las conectivas lógicas son dados por los axiomas y/o reglas de inferencia del sistema en que ocurren han sido desafiadas.

Prior en [1960] y [1964], intenta demostrar que el significado de las conectivas *no puede* ser dado por los axiomas/reglas de un sistema, considerando un sistema que incluye la conectiva "tonk", gobernada por las reglas:

De A inferir A tonk B

y

De A tonk B inferir B

Sin embargo es dificilmente admisible la conclusión que Prior aparentemente prefiere de que las conectivas deben tener significados independientemente especificados antes de que pueda descubrirse que los principios lógicos se dan para ellos en contraste con la conclusión de la especificación de esos principios *que constituyen* la donación de su significado. Está claro que hay argumentos independientes en contra de las reglas "tonk" que no son ninguno sintácticamente adecuados ya que permitirían $A \vdash B$, ni semánticamente adecuados, ya que con ellos no podría darse una única tabla de verdad consistente. (Ver Benalp [1961] y Stevenson [1961] respectivamente sobre estos puntos.) Como las reglas "tonk" no son aceptables, no es sorprendente que no puedan dar el significado de "tonk". De esto no se sigue que las reglas *no* puedan dar los significados de las conectivas que ocurren en ellas.

Aun así es dudoso que la tesis de que el significado es dado por axiomas y/o reglas de inferencia pueda servir para sostener una versión fuerte de la tesis de variación de significado para las lógicas divergentes. La situación típica de los sistemas divergentes es que sus axiomas/reglas de inferencia son muy similares, pero no completamente igual que en la lógica clásica. Por ejemplo, como señala Putnam en [1969], tanto en la lógica de Birkhoff y von Neumann como en la lógica clásica, las siguientes reglas para "&" y "v" son válidas

$A, B \vdash A \,\&\, B$

$A \,\&\, B \vdash A$

$A \,\&\, B \vdash B$

$A \vdash A \vee B$

si $A \vdash C$ y $B \vdash C$, entonces $A \vee B \vdash C$,

pero, sin embargo, este sistema se desvía del clásico, sobre todo en que le faltan las leyes distributivas para "&" y "v". Se solapan hasta tal punto que aun si uno está convencido de la tesis de que los significados de las conectivas están dados por los axiomas/reglas del sistema, la conclusión de que la lógica divergente debe implicar

un grado de variación de significado suficiente para deshacerse de toda aparente rivalidad con la lógica clásica difícilmente aparecería sin ambigüedades. Para la tesis de que el significado es dado por los axiomas/reglas, en el caso de que los axiomas/reglas sean en parte pero no totalmente diferentes de los clásicos, se da sólo la conclusión de que los significados de las conectivas en tales sistemas son en parte pero no totalmente diferentes de sus significados en la lógica clásica; y esto no es una respuesta clara al problema de si hay una verdadera rivalidad.

Algunas dificultades parecidas surgen si se sugiere, como Stevenson, que el significado de las conectivas es dado, al menos en parte, por sus tablas de verdad. (Ver Lewis [1932].) Supongamos que se preguntase si, desde este punto de vista, las conectivas de, digamos, $Ł_3$, difieren en significado de sus análogos tipográficos en la lógica clásica. Uno podría decir que *sí difieren* ya que las tablas de verdad de L_3 de 3 valores son diferentes de las de L_C. Por otra parte, uno también puede decir que *no son* diferentes, pues las tablas de verdad de L_3 son normales es decir: tienen el resultado clásico verdadero o falso donde quiera que tengan entrada clásica (ver aquí la consideración del "condicional" en el significado de las conectivas de Strawson [1952], p. 19). Existen más dificultades. ¿Qué puede uno decir de los significados de las conectivas en sistemas que, tal como el intuicionista, no tienen matriz característica finita? ¿o de los significados de las conectivas en un sistema como el de van Fraassen convencional en lo que respecta a sus teoremas, pero desviado semáticamente?

Prior parece pensar que puesto que, como supone, ha demostrado que la tesis de que el significado es dado por los axiomas/reglas de un sistema es insostenible, los significados de las conectivas sólo pueden ser completamente especificados por referencia a su interpretación en el lenguaje ordinario. Si se adoptase este punto de vista, presumiblemente se seguiría que el significado de las conectivas *no* cambia en el paso a las lógicas divergentes, ya que los lógicos divergentes emplean la interpretación de los lenguajes ordinarios usuales para sus conectivas. (Los intuicionistas que emplean a veces interpretaciones específicas son una excepción.) Sin embargo, puesto que muchos autores han tenido dificultades con el lenguaje ordinario en la interpretación de las conectivas de la tesis de Prior de que el significado está completamente dado por su interpretación en el lenguaje ordinario (considerar por ejemplo las obras que existen sobre la cuestión, de qué modo la lectura propia de "$\supset$" es "si ... entonces") esta tesis no es más aceptable que las alternativas ya consideradas.

Todavía no hemos dado ningún argumento concluyente que vaya de unas premisas aceptables concernientes a los significados de las conectivas a la conclusión de que en las lógicas divergentes la variación de significado sea la responsable de la rivalidad aparente.

Quine ha mostrado un argumento distinto que lleva a la misma conclusión.

(ii) El argumento de la traducción

El argumento de Quine intenta demostrar que el *conflicto aparente en lógica se debe siempre a la mala traducción*.

En "Carnap y la verdad lógica" el argumento se presenta de una forma que apela directamente a los estandards de traducción entre un lenguaje y otro.

> Simplificando demasiado, supongamos que se afirma que... los nativos aceptan como verdaderas ciertas sentencias de la forma "*p* y no *p*". O, sin simplificar demasiado, que aceptan como verdadera cierta sentencia bárbara de la forma "*q* ka bu *q*", cuya traducción al castellano tiene la forma "*p* y no *p*". ¿Pero es esta una buena traducción? Si alguna evidencia puede contar al lado de la adopción del lexicógrado de "y" y "no" como traducción de "ka" y "bu" es ciertamente la aceptación de los nativos de "*q* ka bu *q*" sin reservas... la prelógica es un mito inventado por los malos traductores.
>
> ([1960 a], p. 387.)

Este argumento es empleado también en [1960] en contra de la posiblidad de pueblos prelógicos. En [1970] se aplica el mismo argumento a la traducción del dialecto del lógico divergente al nuestro

> Acusamos [al lógico divergente] de emplear nuestra lógica ortodoxa, o se la imponemos, traduciéndola a su dialecto divergente
>
> ([1970], p. 81.)

Es útil observar desde el principio que este argumento de Quine –el cual, de ser sólido, demostraría que no pueden existir auténticos rivales de la lógica clásica–, es incompatible con otra tesis expuesta en p. ej. la última sección de "Dos dogmas del empirismo" (Quine [1951]) en donde se muestra que ninguna de nuestras creencias, incluidas las que tenemos acerca de las leyes de la lógica, está exenta de revisión a raíz de la experiencia. Según este punto de vista es al menos posible teóricamente revisar nuestra lógica. Como hace constar el propio Quine en "Dos dogmas", se inclina por ser conservador en su lógica ya que los ajustes subsidiarios que necesita un cambio de lógica podrían ser excesivamente amplios. Pero, en principio por lo menos, existe la posiblidad de esta revisión. Sin embargo, la tesis de *La filosofía de la lógica* es que el cambio de lógica no puede ser verdadero sino aparente. Es importante acentuar la importancia del cambio de filosofía de Quine al aceptar esta tesis, ya que le compromete a admitir una distinción entre el cambio lingüístico y el factual, que es uno de los puntos cruciales de [1951] que hay que negar. Grice y Strawson [1956] piensan que la concesión de esta distinción sería un gran avance contra Quine.

La tesis de *La filosofía de la lógica* deriva de la teoría de la traducción de Quine ([1959], [1960 a], [1968] y, especialmente, [1960], cap. 2). En 1960 cap. 2, defien-

de la tesis de *indeterminación de la traducción.* Esta tesis se puede resumir de la siguiente manera:

QIT Las traducciones alternativas y mutuamente incompatibles entre sí pueden ser compatibles con todos los datos concernientes al comportamiento verbal de los hablantes.

El interés primordial está ahora en las razones por las que Quine hace una excepción en QIT: afirma que la traducción de las conectivas veritativo-funcionales está exenta de la indeterminación.

Para entender las razones por las cuales se excluyen las funciones de verdad de la indeterminación y entender la pertinencia de esta excepción en la lógica divergente, será necesario examinar más atentamente QIT. Se encuentran tres tesis en el trabajo de Quine acerca de la traducción:

(1) Existe una *incertidumbre inductiva* incluso en la traducción de *sentencias relativas a la observación.*

(2) Existe una *indeterminación* radical en la traducción de *palabras y frases.*

(3) Existe una *indeterminación* radical en la traducción de *sentencias teóricas.*

Las tesis (2) y (3) conjuntamente, constituyen QIT: aunque Quine acepta la tesis (1) se toma muchas molestias para subrayar que es diferente y menos importante que sus tesis de indeterminación.

Quine parte de la premisa de que la evidencia de una teoría lingüística consiste en información concerniente al comportamiento verbal y en disposiciones del comportamiento verbal de los hablantes del lenguaje que se está traduciendo. Considera el asentimiento y el disentimiento como coordenadas básicas de comportamiento y define la significación estimulativa afirmativa/negativa de una sentencia para un hablante como la clase de todos los estímulos que incitarían a su asentimiento/disentimiento, y a la significación estimulativa de la sentencia para el hablante como el par ordenado de sus significaciones estimulativas afirmativas y negativas. Entonces indica que hay ciertas dificultades en descubrir la significación estimulativa de sentencias de observación. Estas dificultades surgen de la indeterminación de una teoría lingüística por sus datos, y de la disponibilidad de maneras alternas para explicar la evidencia dada. Esta es la tesis (1), pero Quine considera esta incertidumbre meramente inductiva con cierta ligereza (ver [1969], p. 68).

La indeterminación radical es un asunto más serio. Cuando surge, el problema no es que haya dificultad en encontrar una traducción, sino que no existe una única traducción correcta. La indeterminación radical surge al nivel de hipótesis analítica –esto es, concernientes a la segmentación de expresiones oídas en unidades significativas– y al nivel del análisis y traducción de estas unidades. Para hipótesis analíticas alternativas mutuamente incompatibles, pero que den el mismo resultado

(output) neto que la sentencia de observación, siempre será válido, ya que los ajustes compensadores son siempre posibles en la elección de unidad significativa, por ejemplo interpretando algún segmento como pleonástico o en forma de hipótesis en las que el significado de cierto (s) segmento (s) es contexto dependiente. (Ver [1968].) Esta es la tesis (2).

La indeterminación radical también surge al nivel de la traducción de ciertas sentencias, principalmente en las que son más teóricas que observacionales. Consideremos la problemática de cómo traducir sentencias teóricas cuando sólo se tienen datos de las disposiciones del comportamiento verbal de los hablantes. Asentir/disentir a una sentencia teórica no depende de ninguna manera directa de la estimulación, en [1970 b] esto es tratado como característica definida de la teoricidad de las sentencias. Supongamos que han sido traducidas sentencias de observación que constituyen los datos para una teoría alborigen T cuyas sentencias deben ser traducidas. Según las "tesis de Duhem" de que ninguna hipótesis puede ser concluyentemente verificada o fasada por cualquier cantidad de datos, estas sentencias de observación son compatibles con teorías rivales, digamos T y T'. Así que T y T', aunque *ex hipotesi* incompatibles, son indistinguibles desde el punto de vista de la estimulación significativa. Exponiendo el argumento de otra manera; si las condiciones de asentimiento/disentimiento ("principio de Dewey") dan el significado y si las condiciones de asentimiento/disentimiento de las sentencias teóricas son indeterminadas ("tesis de Duhem") entonces los significados de las sentencias teóricas son indeterminados (ver [1970 a]). Esta es la tesis (3).

Basándose en esta interpretación hay explicación de porqué Quine hace a QIT la alegada excepción de la determinación de la traducción de las conectivas veritativo-funcionales. En § 12-13 de *Palabra y Objeto*, Quine argumenta que mientras los cuantificadores son vulnerables a la indeterminación radical, las funciones de verdad *enlazan sentencias completas*, mientras que los cuantificadores ocurren *dentro de sentencias completas*. De manera más precisa, los operadores de funciones de verdad forman sentencias sobre sentencias, mientras que los cuantificadores son operadores que forman sentencias sobre sentencias abiertas, es decir, incompletas. Por consiguiente los cuantificadores, pero no las funciones de verdad, son vulnerables a esa forma de indeterminación radical que ataca por debajo del nivel de la sentencia; se puede dar un criterio semático en términos de asentimiento y disentimiento para las funciones de verdad, pero no para los cuantificadores.

Se ha demostrado porqué Quine debe excluir las funciones de verdad de QIT, la razón es que las considera traducibles de forma determinada. Pero todavía se ha de demostrar como su traducibilidad tiene que someterse a la tesis de variación de significado para lógicas divergentes. El argumento parece ser el siguiente: se puede dar un criterio semático en términos de asentimiento y disentimiento para las conectivas veritativo-funcionales; cuando una construcción satisface estos criterios, es suficiente para traducirla por la función de verdad apropiada. Y estas reglas excluyen la posibilidad de una traducción correcta de acuerdo con la cual los nativos desientan

de las tautologías (clásicas) o asientan a las contradicciones (clásicas). De este modo Quine sostiene ambas cosas:

(1) Se puede decir que cierta expresión (del lenguaje que se está traduciendo) *L*, debería ser traducida por una cierta conectiva, por ejemplo "y",

y

(2) No es posible que una traducción correcta de expresiones de *L* por conectivas sentenciales sea tal que las sentencias traducidas por contradicciones (clásicas) sean consentidas por los hablantes de *L*, ni que los hablantes de *L* disientan de las sentencias traducidas por tautologías clásicas.

Argumentaré que, aunque (1) sea verdad, (2) se sigue solamente si se aplican algunas suposiciones que son por si mismas dudosas, de modo que el argumento de Quine en contra de la rivalidad entre lógicas resulta fallido.

Las suposiciones que sostienen la afirmación de Quine de que la traducción correcta de las palabras de un lógico nativo o de un lógico divergente tienen que ser de tal modo que cuadren con el cálculo proposicional clásico.

(*a*) el principio del acuerdo maximalizado (de ahora en adelante *M*),

(*b*) la adopción del criterio clásico para las funciones de verdad,

(*c*) la adopción de asentimiento y disentimiento como coordenadas comportamentales

Quine reconoce que da por sentado el principio de traducir expresiones de otro como un acuerdo maximalizado. Escribe:

la máxima de traducción subyacente a todo esto es que las aserciones sorprendentemente falsas a primera vista tienen probabilidades de abrir diferencias ocultas en el lenguaje.

([1960] p. 59.)

y

Nos importa, al construir un lenguaje extraño a nosotros, que las sentencias obvias cambien a sentencias españolas que sean verdaderas y, preferiblemente, también obvias.

([1970] p. 82.)

Dicho de otro modo: enfrentados con una elección entre atribuir al nativo o al lógico divergente un desacuerdo de creencia o una divergencia de significado, uno debe elegir la divergencia de significado más bien que el desacuerdo de creencia. (*M*) pro-

duce (2) en conjunción con la suposición de que el traductor acepte la lógica clásica, Y justamente esta suposición se encarna en (*b*) –la adopción de Quine del criterio para las conectivas veritativo-funcionales que sigue por completo las matrices de dos valores (con "asentimiento" por "verdadero" y "disentimiento" por "falso").

La adopción de Quine de asentimiento y disentimiento como coordenadas hace posible esta selección de criterio. Si uno toma como básicas tres coordenadas: asentimiento, disentimiento y confusión, entonces se puede exponer el criterio alternativo de la siguiente manera:

> La *disyunción* de dos sentencias es esa sentencia a la cual uno asentiría si uno asiente a uno de los dos componentes, o de la cual uno disentiría si uno disiente de ambos componentes, y a la cual uno reaccionaría con perplejidad si reacciona con perplejidad a ambos componentes o reacciona con perplejidad a un componente y disiente del otro.
>
> La *negación* de una sentencia es esa sentencia a la cual uno asentiría si uno disiente de la sentencia, o de la cual uno disentiría si uno asiente a la sentencia, y a la cual uno reaccionaría con perplejidad si uno reacciona con perplejidad a la sentencia.

Acerca de *estos* criterios la posibilidad de que los nativos puedan no asentir a alguna sentencia traducible como "*p* o no *p*" no es nada absurda, y puede ser la prueba de que emplean una lógica de tres valores. Si se usan estos criterios el (1) de Quine podría ser verdadero pero el (2) falso.

Para que se produzca la conclusión conservadora de que todos realmente acepten la lógica clásica, (*M*) debe ser complementada por la suposición de que la lógica clásica es correcta. Esto se puede ver claramente, caso de que no se vea todavía, por la siguiente consideración. Supongamos que el lingüista fuera un intuicionista. Si acepta (*M*) traducirá las expresiones de los nativos de manera que se les atribuya una lógica intuicionista. Sería absurdo para un lógico intuicionista suponer que una sentencia que ordena asentimiento invariable pueda ser traducida correctamente como "*p* o no *p*". Quine podría objetar que, aunque es cierto que un intuicionista traduciría sentencias nativas de manera que no asientan de manera invariable a la sentencia que él traduce como "*p* o no *p*", el intuicionista no quiere decir con esa sentencia lo mismo que el lógico clásico. Pero Quine en este estado de la cuestión no se puede valer de este tipo de argumento ya que todavía no ha establecido que un lógico intuicionista no quiere decir lo mismo que un lógico clásico con "*p* o no *p*".

El principio del acuerdo maximalizado supone que la traducción correcta preserva invariablemente a la lógica clásica en una posición privilegiada solamente si uno supone que la lógica clásica es la correcta. Cuando Quine pregunta ¿sin ser dogmático, qué criterio puede uno preferir para las conectivas?, su pregunta retórica solamente encubre ligeramente la *petitio principii*. Su máxima "salvar lo obvio", preserva la lógica clásica solamente si *esta* es obvia.

Otra dificultad con el argumento de Quine es que parece muy dudoso que (*M*) soporte el peso que Quine le pone aun suponiendo (*b*) concedida. Se puede considerar a (*M*) muy propiamente como un principio pragmático que se aplica a la elección de teoría lingüística: el principio de que, si es razonablemente obvio para el traductor que *p*, y el traductor no tiene ninguna razón especial para pensar que esto no es obvio para su interlocutor, entonces una traducción que conserva el acuerdo del traductor y del interlocutor de que *p*, es preferible a una que no lo conserva. A este principio pragmático le puede dar cierto apoyo la consideración de que sin la suposición de algún acuerdo de creencias entre el traductor y el interlocutor, no se podría ni empezar la traducción.

Sin embargo, aunque (*M*) sea un principio pragmático razonable, sigue siendo solamente un principio pragmático y por lo tanto puede ser invalidado. Algunas veces las traducciones que lo violan son más sencillas que las que están de acuerdo con él. (*M*), ciertamente, tiene más peso en casos como el del lógico ficticio de *Filosofía de la lógica*, que piensa que todas las leyes que rigen para la conjunción donde verdaderamente rigen es en la disyunción, y viceversa, de ahí que sean extraordinarias las creencias que se debieran atribuir al interlocutor para preservar las traducciones homofónicas. Tiene menos peso en casos como los de la lógica de Birkhoff y von Neumann, donde habría una medida grande aunque incompleta del acuerdo en la creencia aun bajo la traducción homofónica. Su veredicto es completamente ambiguo cuando el lógico divergente sostiene además de sus (aparentemente) idiosincrásicas creencias lógicas, la creencia adicional de que está en desacuerdo con el lógico clásico.

También se puede observar que, si (*M*) se pudiese aceptar sin reservas como propone Quine, mostraría no sólo la conclusión de que la divergencia en el cálculo proposicional se puede atribuir a la idiosincrasia del significado de las conectivas veritativo-funcionales, sino también la conclusión de que la divergencia en el cálculo de predicados se puede atribuir a la idiosincrasia del significado de los cuantificadores. Parece que Quine le tiene simpatía a este punto de vista, en *Filosofía de la lógica* por ejemplo, cuando habla de lo que significa para el intuicionista "$(\exists x)... x$". Pero una vez que uno ha visto esto, no puede evitar pensar que Quine sobrevalora la importancia de las excepciones a la indeterminación de la traducción en el caso de las funciones de verdad. Esto es, si el cálculo de predicados análogo a (2) se sigue de (*M*), incluso sin el cálculo de predicados análogo a (1), entonces la conexión entre (1) y (2) debe ser menos íntima que lo que parece suponer Quine en *Palabra y Objeto*.

Así concluyo que el argumento de Quine de la traducción no es más afortunado que el argumento de la dependencia teórica de los significados de los términos lógicos para establecer que no pueden existir verdaderos rivales de la lógica clásica.

No he encontrado ningún argumento adecuado para demostrar que la divergencia tiene que implicar un cambio general de significado, y, por lo tanto, adecuado para demostrar que son imposibles unas lógicas verdaderamente rivales. Sin embargo

no resulta de este fracaso –y tampoco se afirma– que las lógicas divergentes nunca impliquen un cambio de significado o que todas las lógicas divergentes estén en conflicto real con la clásica. Sugeriré en lo que sigue que depende del sistema en cuestión el hasta que punto un sistema divergente implica un cambio de significado.

4. VARIEDADES DE DIVERGENCIA

No es sorprendente, dadas sus actitudes opuestas a la lógica divergente, encontrar a Quine concentrado en el lógico ficticio de *Filosofía de la lógica* cuando es máxima la plausibilidad de la tesis de que el cambio es solamente cambio de notación; y encontrarse a Putnam concentrándose en la clase de divergencia típica del intuicionista, o de Birkhoff y von Neumann, cuando la plausibilidad de la tesis de que el cambio es solamente cambio de notación es mínima.

A menos que se trate de franca rivalidad, cuando hay divergencia no acompañada por alguna variación de significado, se pueden distinguir tres tipos posibles de casos. Quine reconoce más o menos explicitamente la posibilidad, pero se concentra principalmente en la primera, que es la que más favorece la postura conservadora.

(*A*) Una posibilidad es que se pueden traducir todos los teoremas de la lógica divergente L_D, a la lógica clásica L_C, y viceversa. Esta es la situación con el ejemplo ficticio de Quine, si se traduce cada fbf A de L_C por la fbf A' de L_D que es la consecuencia de reemplazar todas las apariciones de "&" en A por "v" y todas las apariciones de "v" en A por "&", entonces $\vdash_{LC} A$ sii $\vdash_{LD} A'$. Quine termina con la conclusión de que se debe considerar L_D simplemente como una variante notacional de L_C.

Pero existe una segunda posibilidad

(*B*) que debería ser imposible traducir todo lo que el lógico divergente afirma a algo que el clásico asiente, y todo lo que el divergente disiente a algo a lo cual el clásico también disentiría. Supongamos, por ejemplo, que por cada fbf A de L_C hay una traducción A' de L_D de tal forma que si $\vdash_{LC} A$ entonces $\vdash_{LD} A'$, pero existen algunos teoremas de L_D que no tienen traducción en L_C. Entonces L_D es, si no un rival, por lo menos un suplemento, y no simplemente una variante notacional sin interés de L_C.

Un sistema cuasi-divergente que se podría clasificar dentro de esta categoría es "Sense without Denotation" (Smiley [1960]), que es formalmente parecido al de Bochvar. Aquí hay razones para decir que las conectivas secundarias no difieren en significado de las conectivas clásicas, ya que las dos están sujetas a los mismos principios lógicos. Las conectivas primarias aparecen ahora como nuevas, teniendo ana-

logías imperfectas con las antiguas, y el sistema aparece como una extensión del clásico.

Otra posibilidad es

> (*C*) que un sistema debería emplear un conjunto de conectivas que difieren en significado de las de la lógica clásica, sin omitir el significado que tienen las conectivas clásicas. Tal sistema no sería en realidad ni un rival ni un suplemento de la lógica clásica.

Podría ser un ejemplo el sistema trivalente de Lewis [1932]. Sea 1 = ciertamente verdadero, 2 = ciertamente falso, 3 = dudoso. En términos de esas categorías, Lewis argumenta que el significado del "o" clásico es simplemente inexpresable. Consideremos qué valor se debe dar a "*p* o *q*" cuando | *p* | = | *q* | = 3. Si "*p*" y "*q*" son dudosas, ¿es dudoso también "*p* o *q*"? Generalmente si, pero no si "*p*" y "*q*" están relaccionados de tal manera (como cuando "*p*" = "~ *q*") que cuando "*p*" es verdadera "*q*" debe ser falsa y viceversa. La moraleja que debemos sacar es probablemente que la cuestión de si al menos una de entre "*p*", "*q*" es verdadera, no se puede contestar si se nos da solamente información respecto de "*p*" y "*q*", ya sean ciertamente verdaderas, ciertamente falsas o ni ciertamente verdaderas ni ciertamente falsas. Quine llega al reconocimiento explícito de la posibilidad de casos de los tipos (*B*) y (*C*) cuando escribe:

> Claro que todavía puede haber un fallo importante de intertraducibilidad, en el que el comportameinto de algunas de nuestras partículas es incapaz de ser duplicado por paráfrasis en el sistema de lógica divergente o en el sistema nativo o viceversa. Si la traducción en este sentido es posible... entonces es casi seguro que protestaremos de que estaba utilizando gratuitamente las partículas "y" y "todo" (digamos) cuando podía, sin engañarnos, haber utilizado tal y tal otra fraseología familiar.
>
> ([1960 a], p. 386.)

La conclusión importante que Quine, volviendo a su estado conservador, deja de sacar, es la siguiente: que si la intertraducibilidad franca y general no es posible, se tendrá que tomar en serio al lógico divergente después de todo.

Hasta ahora he estado considerando la cuestión de si las lógicas divergentes son, tal como lo afirman sus partidarios, rivales de la lógica clásica o si las consideraciones de significado demuestran inevitablemente que la rivalidad es solamente aparente. He llegado a la conclusión de que la rivalidad *es* posible. Pero hay otro punto hasta ahora descuidado que merece ser mencionado: aunque el borde del desacuerdo entre el sistema clásico y el divergente fuese despuntado por algún grado de cambio de significado, este cambio de significado no puede ser ni sin motivación ni sin importancia. Quine solamente se da cuenta de esto a medias:

> al rechazar "p o $\sim p$" el lógico divergente está... abandonando la negación clásica, o quizás la disyunción, o ambas; y *puede que tenga sus razones*.
>
> ([1970], p. 87, las sursivas son mías)

Lewis lo reconoció. Y Putnam es muy consciente de ello cuando acentúa [1969] que un cambio de lógica, aunque sea menos que un rechazo del sistema clásico, puede constituir una revisión conceptual importante.

De modo que hago dos afirmaciones en contra de los que quisieran trivializar las lógicas alternativas: que no es cierto que no puede haber tal cosa como un rival verdadero de la lógica clásica; y que tampoco es verdad que la adopción de un sistema divergente que implique algún grado de variación de significado no pueda constituir un cambio real e interesante en lógica. Naturalmente todavía permanece en vilo la cuestión de si existen buenas razones para adoptar una lógica alternativa.

2 Razones para la divergencia

los dictadores pueden ser poderosos hoy en día, pero no pueden modificar las leyes de la lógica, como tampoco lo puede Dios.

(Ewing [1940], p. 217.)

1. EL PROBLEMA: ¿PUEDE EXISTIR UNA BUENA RAZON PARA CAMBIAR DE LOGICA?

No existe ninguna duda de que se han creado numerosos sistemas lógicos divergentes y cuasi-divergentes, ni tampoco de que tales sistemas han sido propuestos como rivales a la lógica clásica. He sostenido en el primer capítulo que es posible que estos sistemas sean verdaderos rivales. Lo cual significa que es posible un cambio de lógica.

Sin embargo, de entrada, todavía hace falta demostrar si es posible que alguna vez haya un buen motivo para efectuar un cambio de lógica. La cuestión es crucial: si *no* fuese posible no habría porqué examinar en detalle los razonamientos de los proponentes de los sistemas rivales, ya que desde el principio se ve que sus razonamientos han de ser inadecuados. El problema es serio: el punto de vista de que la lógica es absolutamente cierta y de ese modo completamente inalterable ha tenido algunos partidarios poderosos:

2. UN PUNTO DE VISTA RADICAL SOBRE EL ESTATUS DE LAS LEYES DE LA LOGICA

Voy a argumentar que la lógica *no es inalterable, que podrían* existir razones que justificasen un cambio. Afortunadamente, aunque tenga unos adversarios muy poderosos, no me faltan aliados. Quine escribe:

> ninguna afirmación es inmune a la revisión. Hasta la revisión de la ley lógica del tercio excluso ha sido propuesta como método para simplificar la mecánica cuántica, ¿qué diferencia hay en principio entre tal cambio y el cambio por el cual Kepler suplantó a Ptolomeo, o Einstein a Newton, o Darwin a Aristóteles?
>
> ([1951], p. 43)

y Putnam

¿podrían algunas de las verdades necesarias resultar alguna vez falsas *por razones* empíricas. Argumentaré que la respuesta es afirmativa.

([1969], p. 216.)

El punto de vista que defiendo es el que denominé en el primer capítulo una concepción "pragmatista"[1] de la lógica; según esta concepción la lógica es una teoría que, excepto por su generalidad extrema, corre pareja con otras teorías científicas, y según la cual la selección de lógica, como la de otras teorías, se ha de hacer en base a una valoración de la economía, coherencia y simplicidad del conjunto total de creencias. La misma existencia de argumentos a favor de las lógicas divergentes aporta, prima facie, alguna verosimilitud a este punto de vista. Claro que los partidarios de tales lógicas podrían estar equivocados acerca de la naturaleza de su propia empresa. (Los inventores de las geomerías no euclidianas, después de todo, intentaban probar la dependencia del postulado paralelo). Es necesario aportar más razones.

La concepcoón pragmatista está radicalmente opuesta a los puntos de vista absolutistas de la lógica según los cuales las leyes lógicas son inalterables porque tienen una condición especial que garantiza su certeza. Un partidario de una lógica divergente *podría* tomar el punto de vista de que los principios de *su* lógica son ciertos e inalterables, pero es significativamente mucho mas común que un absolutista mantenga la certeza inalterable de las leyes lógicas clásicas (Rescher [1969], cap. 3)

Empezaré exponiendo mis argumentos en favor de la concepción radical argumentando *en contra* de algunos puntos de vista absolutistas. Después ofreceré algunos argumentos que favorecen directamente el punto de vista pragmatista y, para terminar, presentaré algunos argumentos en contra de objeciones hechas contra él.

3. DOS PUNTOS DE VISTA ABSOLUTISTAS

(i) La lógica como una ciencia completa: Kant

Según Kant:

Existen solamente unas cuantas ciencias que pueden entrar en un estado permanente que no admite más alteraciones. A estas ciencias pertenecen la lógica y la metafísica. Aristóteles no ha omitido ningún punto esencial para entenderlas.

En nuestra época no ha surgido ningún lógico famoso y de hecho no necesitamos nuevos descubrimientos en lógica, ya que simplemente contiene la forma del pensamiento.

([1800], pp. 10-11.)

[1] No es mi intención atribuir mucha importancia a esta etiqueta. La utilizó porque mi punto de vista tiene similaridades con los de Dewey, White y Quine.

Según él, la lógica era una ciencia completa que no admitía ningún cambio.

Ahora se podría plausiblemente ofrecer en contra de este punto de vista un argumento histórico. Kant atribuía una verdad *a priori* a la física de Newton y a la lógica aristotélica porque estas no tenían rivales serios cuando lo escribió; pero el desarrollo de la física de Einstein, de las geometrías no euclideanas y de la lógica no aristotélica ha demostrado que estaba equivocado. Un agudo comentario de Peirce ilustra la posición de Kant acerca del método *a priori*:

> uno puede estar seguro de que cualquier cosa que la investigación científica haya puesto fuera de duda, recibirá pronto una demostración *a priori* por parte de la metafísica.
>
> ([1877], p. 68.)

Este contraargumento es admisible. Un punto de vista absolutista del status de la lógica está, hasta cierto punto, amenazado por la existencia misma de las lógicas alternativas. Kant podía sostener, con posibilidad de admitírselo, que la lógica aristotélica era absoluta e inalterable solamente porque la lógica aristotélica estaba firmemente atrincherada en su época.

Sin embargo, es posible mantener que el argumento histórico no es concluyente. A pesar de este argumento hay dos puntos a favor de Kant. Primero, pocos autores, si es que hay alguno, estarían de acuerdo hoy en día con la idea de Kant de que la lógica *aristotélica* es completa, perfecta e inalterable. Pero muchos sostendrían que la lógica *clásica* (esto es: *Principia*) está fuera del alcance de la revisión. Se podría decir que Kant tenía razón esencialmente acerca del estatus de las verdades lógicas, aunque favorecía una lógica inadecuada. Segundo, se podría mantener que la existencia actual de rivales de la lógica clásica no demuestra que el punto de vista kantiano del estatus de la lógica clásica fuese equivocado. Kant se equivocó acerca de la física, pero todavía puede que haya acertado con la lógica. Porque no fue solo la existencia de una física no newtoniana lo que demostró la equivocación de Kant, sino el descubrimiento de que la teoría de Einstein era mejor. Y todavía se podría sostener que aunque las lógicas alternativas existan, ninguna experiencia posible podría demostrar que fuesen preferibles a la clásica, pues la lógica no hace afirmaciones acerca del mundo, es verdad independientemente de la experiencia. Kant mantuvo la condición *a priori* de la geometría euclidea, aunque era consciente de las posibilidades de una geometría no euclidea.

Según la última frase de la cita expuesta más arriba está claro que Kant hubiese sostenido la tesis absolutista de la lógica, aunque hubiese tomado en serio la posibilidad de unas lógicas alternativas. La lógica es inalterable porque contiene simplemente la forma del pensamiento. El absolutismo de Kant no surge solamente de una visión miope de una posible variedad de lógicas sino también, y esto es quizás más importante, de una visión acerca de la naturaleza y condición de las leyes de la lógica. Según él, las leyes de la lógica son las condiciones del uso del entendimiento en general y por esto son discernibles *a priori* (p. 2.).

¿Es sostenible este punto de vista del estatus de las leyes de la lógica? La lógica, dice Kant, consiste en reglas necesarias para el ejercicio del entendimiento sin las cuales ningún ejercicio de entendimiento sería posible (p. 2.). Existe aquí una dificultad obvia: si el entendimiento no puede obrar sino de acuerdo con las leyes de la lógica, sería inexplicable cómo la gente puede discutir inválidamente, de manera contraria a estas leyes como de hecho lo hace. Kant parece consciente de esta dificultad:

> Pero cómo es posible la equivocación en el sentido formal de la palabra, es decir, cómo es posible una forma de pensar inconsistente con el entendimiento; esto es difícil de comprender igual que en general no podemos comprender cómo cualquier facultad puede desviarse de sus propias leyes esenciales.
>
> ([1800], p. 44.)

Pero su solución no llega a ser adecuada. El error formal no puede en su teoría surgir desde dentro del entendimiento mismo, ni tampoco puede surgir de la sensibilidad, dado que la sensibilidad no juzga. De modo que debe surgir de la influencia inconsciente de la sensibilidad sobre el juicio. El problema con esta sugerencia es que no parece ofrecer una verdadera explicación al tipo de error que necesita ser aclarado. Es comprensible que la influencia inconsciente de la sensibilidad en el juicio pueda explicar, por ejemplo, el error de atribuir la realidad externa al tiempo, pero no podría explicar, por ejemplo, el error de afirmar el consecuente. ¿Cómo podría causar la sensibilidad un error formal? Este tipo de absolutismo es insostenible.

(ii) La pretendida autoevidencia de las leyes lógicas: Frege

A veces se dice que las leyes de la lógica son ciertas e inalterables porque son *autoevidentes*. Este tipo de perspectiva aparentemente fundamenta el logicismo de Frege[2]; pues el programa logicista para expresar los axiomas de aritmética en términos puramente lógicos y para derivarlos de verdades puramente lógicas, saca su importancia epistemológica de la idea de que, de esta manera, la certeza de la lógica será transmitida a la aritmética. Pero hay dos problemas en considerar la autoevidencia como señal de certeza: qué principios aceptados como evidentes por sí mismos se vuelven falsos, y que la gente no esté de acuerdo acerca de qué principios son autoevidentes. El primer problema surgió de forma dramática en el programa de Frege. Uno de sus axiomas resultó inconsistente. La paradoja de Russell es un teorema del sistema de Frege. El comentario de Frege sobre este desastre es muy revelador:

> Nunca me había ocultado a mí mismo su [axioma de la abstracción] falta de autoevidencia, propiedad que tienen los demás axiomas y que debe ser propiamente exigida de una ley lógica.
>
> ([1884], p. 234.)

[2] Esto es extraño pues la autoevidencia es una propiedad psicológica y en otras partes Frege combate con entusiasmo el psicologismo.

Si un enunciado puede ser autoevidente y sin embargo resultar todavía falso, la autoevidencia no puede ser una garantía de certeza. Así que Frege confiesa que el axioma de abstracción nunca le había parecido suficientemente autoevidente como para contar como una verdad puramente lógica. Pero una vez admitido que se puede dudar seriamente de qué afirmaciones son, y cuáles no son, *realmente* autoevidentes, surge el segundo problema: ya que la gente no está de acuerdo acerca de lo que es autoevidente, la autoevidencia es, de nuevo, inútil como señal de certeza.

Se puede entender mejor la fuerza de este punto al preguntar si no se podría salvar algo de la posición de Frege señalando que el axioma que falló era de la *teoría de conjuntos*. ¿No se podría sostener que su fallo simplemente demuestra que la teoría de conjuntos no forma parte de la lógica? Esta maniobra, claro está, todavía dejaría el programa de Frege en desorden considerable ya que no podría afirmar haber reducido la aritmética solamente a la lógica. Pero podría salvar las leyes lógicas de la ruina. Después de todo se ha sostenido que la teoría de conjuntos no forma parte de la lógica en otros terrenos. Aquí, sin embargo, se hace relevante la postura intuicionista de que las verdades aritméticas son más básicas, más ciertas, que las lógicas, y una de las razones que da Quine ([1970] cap. 5) para la exclusión de la teoría de conjuntos de la lógica es la existencia de teorías de conjuntos alternativas, razón que no puede convencer ya que también existen lógicas alternativas.

La supuesta autoevidencia de las verdades lógicas no es una garantía segura de inmunidad contra la revisión:

> se ha encontrado que muchos principios autoevidentes clásicos y muy acreditados están en conflicto con algún principio establecido empíricamente y han sido desacreditados como falsos o más tarde reacreditados como solo probables o postulables. Cuando existen tantos casos de error en los productos de un criterio de conocimiento que dice estar libre de error, parece que hay pruebas suficientes para desacreditar el criterio.
>
> (Pepper [1961], p. 24.)

4. EN FAVOR DEL PUNTO DE VISTA PRAGMATISTA

Los argumentos en contra de perspectivas rivales necesitan ser complementados por algunas razones positivas en favor de la concepción pragmatista. La dificultad al sostener una tesis de tal generalidad es encontrar premisas por donde empezar y sobre las que se pueda esperar algún grado de acuerdo. En 'Two Dogmas' esta concepción aparece como una rama de una posición epistemológica radical que se puede resumir así:

(1) Ningún enunciado es *concluyentemente verificable* por la experiencia.

(2) Ningún enunciado es *concluyentemente falsable* por la experiencia.

(3) Ningún enunciado es *inmune de revisión* a la luz de la experiencia.

(4) Los criterios para decidir qué enunciados retener y cuáles abandonar en vista de la persistencia, son *pragmáticos*: simplicidad y economía.

La tesis (1) es un rechazo de la epistemología justificacionista –el punto de vista de que es posible proporcionar algunas bases para el conocimiento. La tesis (2) es un rechazo de la epistemología falsacionista –según la cual, aunque no se puede concluyentemente verificar unas creencias, sí que se puede falsarlas, de modo que el procedimiento racional retenga esas creencias que son en principio vulnerables a la falsación, pero que en la práctica se han resistido a ella. La tesis (4) proporciona los criterios que ahora se necesitan para escoger entre conjuntos alternativos de creencias –dado que, por (1) y (2) las creencias de uno están indeterminadas por los datos–.

La tesis (3) según la cual el enunciado de que todas nuestras creencias, *las de la lógica incluidas*, son vulnerables a la revisión, es la crucial para mi propósito. Quine, en 'Two Dogmas' al menos, es partidario de esta tesis: ningún enunciado está completamente exento de revisión. Otros autores sin embargo han pensado que se puede diferenciar entre las creencias que son y que no son vulnerables a la revisión; y aunque difieren en dónde exactamente se debería fijar la línea de demarcación, tienen tendencia a excluir las creencias lógicas del campo de la revisabilidad.

Es interesante cómo Duhem, en *The Aim and Structure of Physical Theory* ([1904]) sostiene una posición que tanto se parece a la de 'Two Dogmas' como a esta última. Esta postura, llamada a veces Duhemiana, excluye los principios de lógica y matemáticas de la vulnerabilidad de la revisión. Duhem propone principios análogos a cada uno de (1) (4), excepto en que la aplicación de cada uno se restringe a enunciados de *física*. Admite que en física existen enunciados tan básicos que son verdaderos por definición, y sostiene que podrían ser revisados de forma que si se obtuviesen algunos resultados experimentales, los ajustes más sencillos y más económicos podrían ser un cambio tal en las definiciones que estos mismos enunciados básicos dejasen de valer (ver Putnam acerca de conceptos de grupos de leyes en [1962]). Pero niega explícitamente que las afirmaciones *matemáticas* deban ser abandonadas:

> en esta confianza que se entrega a la ley de caída de los graves no vemos ningún análogo a la certeza que una definición matemática extrae de su propia esencia, esto es, al tipo de certeza que tenemos cuando sería absurdo dudar de que los varios puntos de una circunferencia están a la misma distancia del centro.
>
> ([1904], p. 211.)

Y Duhem ni siquiera se molesta en discutir la cuestión de si los principios *lógicos* podrían también ser modificados. Parece considerar a la lógica como instrumento para derivar las consecuencias de las creencias de uno, y da por sentado que tal re-

curso está presupuesto por los procedimientos experimentales y de este modo no puede estar sujeto a un examen.

La pregunta es ¿cómo podría motivar la extensión de la revisión para que incluya hasta los enunciados de lógica? Puede parecer prometedor hacer un llamamiento a esas consideraciones a las cuales Duhem se refiere cuando sostiene, en contra de Le Roy, que hasta los enunciados que son en una teoría dada analíticos, pueden cambiarse si hay necesidad. Duhem admite que hay enunciados físicos que son verdaderos por definición, pero niega que esto les haga inalterables, porque si el mundo fuese lo suficientemente reacio, la solución más sencilla podría ser la de cambiar la definición relevante. La posición análoga respecto a la lógica sería que las leyes de la lógica son verdaderas 'por definición de las constantes lógicas', o 'en virtud de su significado' (o, etc.), pero que, no obstante, son alterables. La posición que resultaría sería algo así: se mantiene la diferenciación lógico/factual, pero se admite que tanto los enunciados lógicos como los factuales pueden ser revisados. Esto tiene una consecuencia no satisfactoria: que la revisión de la lógica debe implicar cambio de significado de manera que la lógica cambiada no pueda ser propiamente hablando un rival de la original. Sostuve en el capítulo anterior que pueden existir lógicas que son rivales de la clásica, así que no haré uso de esta estrategia para demostrar que se puede revisar la lógica.

Pero existe otro método. Negar que sea posible demarcar adecuadamente un tipo de enunciados verdaderos en virtud de sus significados. En lugar de admitir la diferenciación entre la verdad lógica y la factual, extiendo la revisión para incluir la primera además de la última –que es la estrategia que rechazaré–.

Se podría negar que existe una diferenciación clara entre ellas y, consecuentemente, negar que exista alguna justificación para discriminar entre creencias lógicas y factuales respecto a la revisabilidad.

Algunos pasajes sugieren que esta es la estructura del argumento en 'Two Dogmas', por ejemplo:

> Mi sugerencia actual es que es un sinsentido y la raíz de muchos sinsentidos hablar de un componente lingüístico y de un componente factual en la verdad de cualquier enunciado individual.
>
> (Quine [1951], p. 42.)

Pero en algunos sitios Quine parece emplear las premisas de que ningún enunciado está exento de la revisión argumentando en contra de la diferenciación analítico/sintético (para demostrar que no se puede definir analítico como verdad pase lo que pase), en lugar de emplear su rechazo de la diferenciación analítico/sintético para apoyar la revisabilidad. Esta última estrategia es la que recomiendo.

El ataque de White contra la diferenciación analítico/sintético en [1956] y el de Quine [1951] se basan en la dependencia de la distinción sobre las nociones de significado y su irremediable oscuridad. En cada caso se apela a la dificultad encontra-

da en la práctica al intentar obtener un acuerdo sobre juicios de sinonimia, etc. Y, desde luego, es difícil leer estos trabajos sin convencerse de que las nociones de significado están lejos de ser satisfactorias. El argumento, creo, se podría parar aquí con bastante verosimilitud.

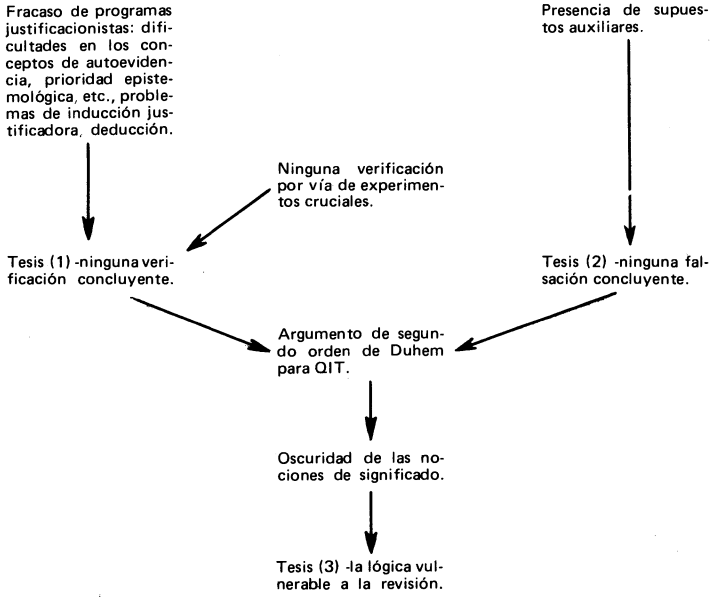
Pero los trabajos más tardíos de Quine van más lejos. Porque, según la tesis de la indeterminación de la traducción, las nociones de significado son peor que insatisfactorias: son indeterminadas. Y, naturalmente, si esto fuese verdad, justificaría el escepticismo que en [1951] Quine manifiesta hacia el prospecto de una explicación adecuada de las nociones de significado.

Vale la pena seguir un poco más adelante con este argumento. Porque QIT, como sostuve en el cap. 1, está apoyada por dos razonamientos, uno pertinente a la traducción de palabras y frases, y otro pertinente a la traducción de (algunas) sentencias. Ya que 'analítico' y 'lógicamente verdadero' se aplican a sentencias, es el argumento más anterior, el de arriba, el pertinente aquí. el argumento en cuestión es 'duhemiano de segundo orden'; apela a la indeterminación de teorías por datos de observación. Esto significa que el apoyo para (3) deriva en última instancia de las tesis (1) y (2). De modo que merece la pena delinear brevemente algunos de los argumentos en favor de (1) y (2).

Un argumento a favor de (1) señala el fallo de los programas justificacionistas, por ejemplo los intentos de Descartes, Frege o Carnap de justificar algunas de nuestras creencias con fundamentos indudables, autoevidentes o epistemológicamente prioritarios (véanse Descartes [1641], Frege [1884], Carnap [1928] y Quine [1969]. Un segundo argumento complementa el primero indicando cómo estos programas, aunque muy distintos uno de otro en los detalles, fallan por razones parecidas: el uso de suposiciones implícitas fuera del fundamento explícitamente reconocido; el fallo de derivar del fundamento el cuerpo total de creencias que iba a haber sido justificado, y la vulnerabilidad a la objeción de que el fundamento necesita volver a ser justificado. Una tercera línea de argumentación sugiere que estas clases de dificultades son inevitables por apelar a las dificultades notorias en la justificación de la inducción (véase Popper [1959] y Quine [1969] y quizás también a las dificultades menos notorias en la justificación de deducción (véase Quine [1936], Black [1965] y Haack [1976]).

Se encuentran algunos de los argumentos en favor de la tesis (2) en *The Aim and Structure of Physical theory*. Duhem afirma que ninguna hipótesis física es de manera concluyente falsable porque siempre hay suposiciones auxiliares implícitas en la derivación de consecuencias observacionales de una hipótesis física, de modo que si estas consecuencias no se obtienen, lo único que se puede concluir es que o la hipótesis o la suposición auxiliar están equivocadas. La tesis de que de '$((H \,\&\, A) \supset O)$' y '$\sim O$' uno pueda derivar solamente '$\sim (H \,\&\, A)$' y no '$\sim H$' es una cuestión lógica sencilla. La afirmación de que uno siempre tiene '$((H \,\&\, A) \supset O)$' en lugar de '$(H \supset O)$' sin embargo es más sustancial. En apoyo de esta afirmación de que las suposiciones auxiliares siempre estarán implicadas, Duhem argumenta que se necesita-

rán tales suposiciones para la interpretación de informes de resultados experimentales que están hasta cierto punto completos teóricamente como consecuencias observacionales, y además, que se van a necesitar para establecer la exactitud de los instrumentos utilizados. Duhem piensa que esta última consideración se aplica principalmente a la física, porque, según él, la física tiene una peculiar dependencia con el uso de instrumentos, pero no considera la posibilidad de que las suposiciones auxiliares puedan ser sacadas fuera de la física. Y esto sugiere que se podría extender la defensa de (2) de Duhem de la física a la totalidad del conjunto de creencias haciendo verosimil de este modo la versión general de (2). Dada cualquier hipótesis *H* y alguna consecuencia observacional de esta *O*, el fallo para obtener *O* dadas las condiciones relevantes iniciales no necesita considerar como falsa *H* ya que es posible que existan por lo menos estas clases de suposiciones auxiliares: que los instrumentos utilizados sean seguros, que el fallo aparente de *O* no sea solamente una alucinación, que las condiciones relevantes iniciales se obtuvieron de hecho, que cualquier principio matemático y/o lógico utilizado para derivar *O* de *H* es válido... etc. Hay sin embargo una dificultad interesante para la última clase de suposición auxiliar en el presente argumento. Si se supone que cierta clase de creencias, las lógicas por ejemplo, está absolutamente exenta de ser revisada, entonces el hecho de que estas creencias funcionen como suposiciones auxiliares no establecerá la tesis de no



falsación conclusiva. No puedo suponer aquí que las creencias lógicas *no* estén exentas de revisión, porque precisamente espero utilizar la tesis (2) para establecer que no lo están. De modo que en esta fase mi intento de hacer la tesis (2) plausible debe basarse en la posibilidad de otras fuentes de suposiciones auxiliares.

Si se acepta la tesis (2) un argumento debido también a Duhem puede aprovecharse para la tesis (1). Esto es, que ninguna hipótesis puede ser verificada concluyentemente por un experimento crucial que refute a su único rival porque, según (2), no pueden existir tales experimentos que refuten de modo inequívoco.

Espero entonces que se haya dado algo de plausibilidad a mi radical concepción de la lógica. El anterior diagrama representa en esquema la estructura de los argumentos que se ofrecen en su favor.

5. OBJECIONES A LA CONCEPCION PRAGMATISTA DE LA LOGICA

He presentado arriba un esquema de los argumentos a favor de una concepción radical de la condición de la lógica. Pero antes de que pueda proceder basándome en este concepto, debo examinar algunas objeciones que se le hacen normalmente. Estas objeciones son de dos tipos: que la concepción en cuestión es *incoherente* y que es *metodológicamente viciosa*.

Objeción (i): este punto de vista es incoherente

La imagen epistemológica favorecida es como sigue. Un individuo o una comunidad S sostiene un conjunto B de creencias $\{b_1 \ldots b_m\}$: si S se enfrenta con una 'experiencia reacia', es decir, una experiencia que se puede describir por b_m, la negación de la cual está implicada por el conjunto B, entonces se necesita modificar algo este conjunto. Pero no hay ningún miembro específico de B que deba ser cedido en vista de la experiencia reacia y ningún miembro de B que no se pueda retener a pesar de la tendencia opuesta.

Se puede objetar que esta imagen da por hecho que un conjunto de sentencias puede ser inconsistente con un dato de la experiencia y que cuando tal inconsistencia surge es necesaria y suficiente la modificación del conjunto para restablecer la consistencia. Esto da por supuesta bastante lógica. Y aun así se afirma que la lógica misma puede estar sujeta a revisión a la luz de la experiencia. Así que este concepto de lógica es incoherente porque, por un lado, presupone ciertos principios lógicos para su misma afirmación, mientras que por el otro insiste en que se pueden revisar los principios lógicos.

Es verdad que, al menos que se suponga que una contradicción no puede ser verdadera, lo reacio no puede representar su papel crucial en una imagen pragmática. Si uno pensase emplear una lógica en la que fuese posible una constricción y en la que

se pudiese derivar cualquier cosa de una contradicción, entonces ya no tendría derecho a suponer que lo reaccio necesita modificar el conjunto de creencias. Esta clase de sistema divergente no ha sido propuesto seriamente como alternativa a la lógica clásica y es fácil ver porqué; se puede derivar cualquier cosa de una contradicción de modo que ese tipo de lógica sería inutil para discriminar entre inferencias válidas o no válidas. De hecho algunos autores han sugerido que existen razones para negar que se considere a tal sistema como lógica (ver Hacking [1971], y Quine [1970], p. 81.)

Pero, aunque yo evite parte de la dificultad excluyendo sistemas contradictorios del terreno de la lógica, mi crítico puede persistir con su objeción. Puede argüir que lo que determina *qué* modificaciones en el conjunto de creencias restablecerán la consistencia son las conexiones lógicas que existen entre miembros del conjunto de modo que ¿cómo se puede suponer coherentemente que estas conexiones sean vulnerables a la dada? (Esta pregunta es insinuada por comentarios de Bennet en [1959]). La respuesta es seguramente que si no se puede encontrar un modo admisible de modificar el conjunto dentro de los límites impuestos por las relaciones de la lógica clásica que existen entre los miembros, puede que sea necesario considerar la adopción de una nueva lógica que sea de tal forma que algunas de estas relaciones ya no se obtengan. Esto, por ejemplo, es precisamente lo que Reichembach sugiere en [1944] para la mecánica cuántica.

La respuesta general a esta objeción debería ser la siguiente. Es cierto que se da por sentada alguna lógica en la presentación pragmática. Pero suponer que esto demuestra que esta presentación sea incoherente es olvidar algo muy crucial; con palabras de Neurath, estamos *reconstruyendo nuestra balsa mientras estamos a flote en ella.*

Objeción (ii): este punto de vista es vicioso metodológicamente

Popper argumenta:

> Si queremos emplear la lógica en un contexto crítico, entonces debemos usar una lógica muy fuerte, la más fuerte que tengamos a nuestra disposición; porque queremos que nuestra crítica sea *severa*... De modo que deberíamos usar (en las ciencias empíricas) la lógica completa o clásica de 2 valores).
>
> ([1970], p. 18.)

La posición de Popper parece ser esta: la lógica es un instrumento utilizado en el programa de la falsación. Como es metodológicamente conveniente que el test de una hipótesis sea lo más riguroso posible, se debería emplear la lógica más fuerte al derivar las consecuencias de la hipótesis para que su clase de posibles falsadores sea lo más amplia posible. Popper expresa este punto de vista con bastante fuerza cuando discute la propuesta de que la lógica sea modificada para evitar algunas "anoma-

lías" que surgen supuestamente en la física cuántica. Si hay anomalías en la teoría cuántica, argumenta, demuestran que algo anda mal con esta teoría y modificar la lógica para evitarlo es una evasión peligrosa. Feyerabend [1958] comparte esta opinión.

Si resulta que el punto de vista de Popper equivale solamente a la advertencia de que cambiar la lógica no se puede emprender ligeramente –si hay lugar para modificaciones en el conjunto de creencias es algo que se debe investigar antes de que uno se enrede irresponsablemente con la lógica– entonces sería correcto y también completamente consistente con mi postura. No forma parte de mi punto de vista que los principios de la lógica son, o deberían ser, tan vulnerables a la revisión bajo la luz de la experiencia como otras creencias. De hecho, como los principios lógicos son de una generalidad extrema de modo que su modificación necesita ajustes más amplios y más extendidos, los criterios de simplicidad y economía tienen tendencia a militar en contra de ajustes lógicos cuando son posibles alternativas menos trascendentales.

Pero la tesis de Popper es más fuerte que esto. Quiere eliminar por completo la posibilidad de acudir *alguna* vez al cambio de lógica en vez de a otras creencias. Contra él lanzo las siguientes consideraciones. Primero, pongo en duda la suposición de que la lógica más fuerte necesariamente constituya el test más severo. Una crítica de una teoría que necesitaba solamente, digamos, la lógica intuicionista, podría ser más severa que una que necesitara la lógica clásica completa. Y parece dudoso que Popper aceptase lo que parece ser la consecuencia lógica de su tesis, que en un contexto crítico se debería emplear una lógica modal en lugar del cálculo proposicional corriente ya que los cálculos modales ordinarios contienen la lógica proposicional y por tanto son más fuertes. Segundo, mientras Popper continuamente acentúa la importancia de someter nuestras teorías al test más severo posible, su propuesta dejaría la *lógica* completamente exenta de crítica.

Las razones que apoyan la crítica de Popper son más profundas que las que he revelado hasta ahora. Se hacen aparentes cuando uno se pregunta lo siguiente: ¿porqué piensa Popper que la revisión de la lógica sería contraria al progreso de la ciencia? Se podría argumentar: si se revisa la lógica accediendo a las anomalías de la teoría cuántica, se evitaría la necesidad de desarrollar una nueva microfísica, pero, igualmente, si se revisara la microfísica, se evitaría la necesidad del desarrollo de una nueva lógica. ¿Porqué no impide lo segundo el desarrollo de la ciencia? Pero esto pasa por alto un punto importante, que Popper no consideraría que la lógica forma parte de la ciencia. Por eso la lógica que cambie *debe* impedir el progreso científico, si por científico se entiende lo mismo que Popper.

Según el criterio de demarcación de Popper, un enunciado es científico cuando es falsable por enunciados básicos. Ahora bien, las tautologías, como los enunciados existenciales (según [1959], § 23) son inconsistentes con cualquier enunciado no básico y de este modo no son científicas. Pero esto significa que el argumento de Popper en contra de la revisabilidad de la lógica toma la siguiente forma. No se debe

revisar la lógica porque hacerlo sería impedir el progreso de la ciencia. Impediría el progreso de la ciencia porque implica revisar algo (la lógica) que no forma parte de la ciencia, en lugar de algo (por ejemplo la física) que sí forma parte. Pero se excluye la lógica de la ciencia precisamente porque no se puede falsear (revisar) a la luz de la experiencia. El argumento ha dado una vuelta completa así que lo rechazo.

6. UN LADO DEBIL EN LA CONCEPCION PRAGMATISTA

Creo que la visión radical de la lógica que he estado proponiendo tiene plausibilidad inicial en vista de la existencia de lógicas rivales y del apoyo positivo de las consideraciones epistemológicas que he mencionado. Y además fracasan las objeciones más grandes que se le han hecho.

Pero no se debería disfrazar una debilidad que tiene. Es esta: se recomienda que la selección de lógica se haga por motivos de simplicidad y economía. Pero estos criterios, aunque intuitivamente plausibles, están lejos de ser claros. Y hay otra dificultad. Parece difícil demostrar *porqué* son deseables la simplicidad y economía.

La primera de estas dificultades lleva consigo el serio peligro de que el aparente radicalismo de la concepción pragmatista sea sacrificado una vez que el criterio de selección ha sido especificado. Quine sucumbe a este peligro. Porque está dispuesto a considerar la familiaridad como criterio por si mismo, o, aún peor, a identificar la simplicidad con el conservadurismo (véase Quine [1970] cap. 6 y Quine y Ullian [1970] cap. 5). La recomendación aparentemente radical de escoger la teoría más sencilla cae entonces en el conservadurismo más estricto.

También existe el peligro de que se de una posición privilegiada a la lógica clásica, no directamente a causa de su atrincheramiento, sino indirectamente a causa de su simplicidad intuitivamente mayor que la de la lógica polivalente o la no veritativo-funcional. No sería fácil *probar* que una lógica bivalente es más sencilla que una trivalente; pero esto no es inverosimil intuitivamente. Sin embargo, se puede evitar este peligro indicando lo que se podría llamar, después de un famoso culpable, la falacia de Poincaré. Poincaré sostuvo que, como la geometría euclídea es más sencilla que sus rivales, entonces, aunque la selección de la geometría es asunto de convención, la geometría euclídea siempre será la mejor elección (Poincaré [1952]). Esta postura está claramente desaprobada por la historia. El error en su razonamiento es este: aunque se conceda que la geometría euclídea es más sencilla que cualquier otra, no se sigue que la conjunción de esta y de la física de Newton con las modificaciones de Lorenz sea más sencilla que la conjunción de la geometría no euclídea y la física de Einstein. Igualmente, aunque se admitiese que la lógica clásica es más sencilla que cualquiera de sus rivales, no se sigue que debe ser la mejor elección cuando se considera la sencillez global del conjunto de creencias.

Aquí surge otro asunto: tal vez el criterio de sencillez no garantice el conservadurismo, porque ¿no es la consecuencia inevitable de otro criterio, igualmente acepta-

ble intuitivamente de que los cambios no deben ir más lejos de lo necesario –máxima de Quine de la mutilación mínima–? Los cambios de lógica serán con seguridad *más generales* que los de otras teorías. Hay algo importante en esto: explica por qué un cambio de lógica es, en cierto modo, un último recurso que se debe emprender solamente cuando fallan las demás modificaciones. Pero no es completamente correcto pues la *escala* de modificación y la *sencillez* de modificación pueden competir y, una escala grande con cambio sencillo podría demostrarse que es preferible a una escala pequeña con cambio complejo.

No quiero decir que el punto de vista de mi preferencia no tenga dificultades. Afirmo solamente que me parece la más aceptable de todas las alternativas disponibles.

7. RAZONES OFRECIDAS A FAVOR DE LOS SISTEMAS DIVERGENTES

Las razones que han sido ofrecidas para apoyar por qué se debería adoptar un sistema divergente u otro son muy variadas; muy a menudo son del tipo que la concepción pragmatista de la lógica considera apropiado, esto es, se afirma que la conjunción de ciertas creencias aceptadas con principios de la lógica clásica da consecuencias inaceptables y que la manera más sencilla de evitar esta dificultad es modificando los principios lógicos.

Por ejemplo: Aristóteles y después Łukasiewicz argumentan que si se le permite a la lógica clásica regir sentencias en tiempo futuro, se seguirá una consecuencia inaceptable en forma de fatalismo; para evitar esta consecuencia se propone que la lógica sea modificada. Reichembach y Putnam siguiéndole, sostienen que si se emplea la lógica clásica para sacar conclusiones de mecánica cuántica en su concepción usual, se siguen resultados inconsistentes con el resto de la física; para evitar estas consecuencias, proponen que la lógica sea modificada.

En otra disputa, la concerniente a la formalización más completa de sentencias que contienen términos singulares sin denotación, un problema crucial es la comparativa sencillez global de las propuestas rivales (por un lado) y el provecho de estas para producir las inferencias deseadas (por el otro).

Esto es mucho más de lo que se esperaba. Sin embargo, no todos los partidarios de sistemas rivales opinan como yo; y estos, claro está, ofrecen razones de otros tipos en favor de sus sistemas.

Los intuicionistas Brouwer y Heyting son un ejemplo notable. Conciben la lógica como una descripción ampliamente general de las formas de inferencias preservadas respecto a la verdad que debe ser ideada y comprobada *a posteriori* en una investigación en la que las formas de razonamiento resulten exitosas universalmente. Piensan que el pensamiento matemático es primario y de este modo estiman que la lógica es como una descripción de las formas exitosas de inferencia construidas inductivamente. Ellos apoyan su propuesta de modificar la lógica clásica argumentando que

este sistema no encarna solamente principios exitosos, sino que incluye algunos, como por ejemplo el 'principio de tercio excluso' que a veces fracasa.

Naturalmente, consideraré más favorablemente las razones para la divergencia que sean del tipo que mi concepción de la lógica sugiere como apropiadas. Sin embargo, aun cuando las razones son apropiadas, no tiene por qué seguirse que sean *buenas*. Y aun cuando las razones ofrecidas fueran de un tipo que rechazo, no tiene por qué deducirse de esto que *no existan* buenas razones a favor del sistema en cuestión. Debemos examinar con detalle las razones ofrecidas.

Criterios para valorar las razones ofrecidas

Entonces un argumento apropiado en favor de un cambio de lógica tomará presumiblemente la forma de una apelación a las consecuencias inaceptables de la conjunción de la lógica clásica con otras creencias bien fundadas, y las ventajas en términos de sencillez y economía de modificar la lógica en lugar de otras creencias. De modo que para examinar detalladamente los argumentos en favor de la lógica divergente tendré que preguntar:

(1) si las consecuencias alegadas se siguen realmente

(2) si estas consecuencias son verdaderamente inaceptables

(3) si no hay modificación menos radical que la revisión de la lógica para evitar tales consecuencias

(4) si el sistema divergente propuesto es tal que puede evitar las consecuencias indeseables, y si no lo es, qué tipo de sistema lo sería. (Aunque se dieran respuestas afirmativas a (1) - (3), esto, a lo sumo, serviría para demostrar que se necesita *algún* cambio de lógica; la cuestión de exactamente *qué* cambio de lógica es el apropiado necesita ser investigado por separado.

Se han hecho interesantes objeciones a los argumentos a favor de los sistemas divergentes en *todos* estos puntos; en la disputa acerca de la mecánica cuántica por ejemplo, Reichembach sostuvo en [1944] que se siguen consecuencias inaceptables de la conjunción entre la lógica clásica y mecánica cuántica, y que la mejor manera de evitar estas anomalías era emplear una lógica de 3 valores. Esta postura ha sido atacada apoyándose en primer lugar en que en el fondo no se siguen anomalías, en segundo lugar en que, aunque se siguieran, no serían verdaderamente inaceptables. En tercer lugar, en que, aunque se siguieran tales anomalías y fueran inaceptables, hay otros métodos además de un cambio de lógica para evitarlas y, en cuarto lugar, en que, aunque se siguieran y *fueran* inaceptables y, por tanto, *si* necesitáramos un cambio de lógica, el que Reichembach propone no es correcto.

8. ¿REFORMA GLOBAL O LOCAL?

He sostenido que podría haber buenas razones en favor de un cambio de lógica, y he presentado criterios para valorar el tipo de razones que se podrían dar. Hasta ahora he evitado cierto número de cuestiones bastante difíciles; cuestiones que no es posible evitar una vez que se reconozca la existencia de una variedad considerable de argumentos a favor de un cambio de lógica, unos favoreciendo un sistema divergente y otros otro. Entre las cuestiones más serias que surgen de esta variedad están las siguientes:

(1) ¿Es posible que exista más de un buen argumento de manera que cada uno de ellos apele a consecuencias inaceptables de la lógica clásica en un area distinta del discurso, y cada uno favorezca la adopción de un mismo sistema divergente?

(2) ¿Es posible que exista más de un buen argumento de manera que cada uno apele a las consecuencias inaceptables de la lógica clásica en un area distinta del discurso y cada uno favorezca la adopción de un sistema divergente distinto?

(3) ¿Es posible que tengamos una buena razón en emplear una lógica divergente en un area del discurso mientras continuamos usando la lógica clásica en otras areas?

La primera de estas preguntas es la más fácil de contestar. Supongamos que hay dos argumentos A_1 y A_2, de dominios distintos del discurso, ambos favoreciendo la adopción de una lógica divergente L_{D_1}. A_1 quizás apele a dificultades que surgen si se aplica la lógica clásica a sentencias en tiempo futuro; y A_2 a dificultades que surgen si es aplicada a las sentencias de mecánica cuántica. En estas circunstancias si los dos argumentos son buenos, habría simplemente un caso especialmente fuerte en favor de L_{D_1}. Porque si la lógica clásica da consecuencias inaceptables no en una sino en dos areas del discurso, y además si el mismo ajuste puede hacer frente a las dos clases de dificultad, entonces ese ajuste tiene una ventaja obvia en términos de economía y sencillez. Algo parecido ocurre cuando van Fraassen propone que su lógica presuposicional trate con futuros contingentes y con términos sin denotación [1966], Lambert [1969] sugiere que la misma modificación podría ser apropiada para resolver las dificultades en la teoría cuántica.

Sin embargo, esta sisituación no surge a menudo. Es más corriente que se proponga un sistema divergente como solución de una clase de dificultad (por ejemplo la lógica de tres valores de Łukasiewicz para evitar el fatalismo) y otro sistema como solución a otro tipo de dificultad (por ejemplo la lógica de tres valores de Reichembach para evitar 'anomalías causales' en física). Esto me lleva a la segunda pregunta.

La segunda y tercera preguntas están íntimamente conectadas ya que la siguiente consideración se aplica a ambas. Puesto que he caracterizado a los sistemas como *rivales* sí son incompatibles, puede concluirse que si dos sistemas divergentes L_{D_1} y

L_{D_2} son rivales, o si un sistema divergente L_{D_1} rivaliza con la lógica clásica, no es posible que haya al tiempo una buena razón para emplear L_{D_1}, o que haya una buena razón para emplear L_{D_2} y una buena razón para emplear lógica clásica. No se pueden tener buenas razones para adoptar dos teorías incompatibles. Tal vez debería acentuar que por adopción de una teoría quiero decir: aceptarla por lo menos provisionalmente como verdadera. Sería incorrecto, aunque solo fuese provisionalmente, aceptar como verdaderas dos teorías incompatibles. Pero, no obstante, sería posible y, hasta deseable, desarrollar varias teorías rivales, aunque fuese seguro que solamente se podría aceptar una. Estoy de acuerdo con Feyerabend en que la falta de alternativas adecuadamente desarrolladas podría estorbar el proceso.

La situación sería muy distinta si los sistemas en cuestión no fuesen rivales sino suplementarios. En este caso no sería imposible el uso del sistema más extenso en un área y del menos extenso en otra. Ya que un sistema extendido contiene nuevo vocabulario por encima del de la lógica clásica, podría darse el caso de que se necesitara la potencia expresiva extra en un área del discurso para sacar las inferencias deseadas, pero que fuera innecesaria en otra parte. En tal caso sería apropiada la reforma local. Por ejemplo: la lógica de predicados (clásica) es una extensión de la lógica proposicional (clásica); no son incompatibles, de modo que no sería incorrecto usar algunas veces una y otras veces otra; y, además, no tiene sentido emplear la lógica de predicados para formalizar argumentos que, en cualquier caso, son válidos por su estructura proposicional. La situación es bastante parecida en el problema de la lógica proposicional modal versus no modal –ya que los sistemas modales contienen cálculo proposicional, no es impropio utilizar cálculo modal cuando se necesita su potencia extra y emplear para el resto el sistema no modal (pero, naturalmente, cuando llega el momento de decidir entre sistemas modales alternativos, por lo menos si se piensa que rivalizan, ya no se puede ser tan tolerante. Lemmon hace la interesante sugerencia [1959] de que las consideraciones de significado demuestran que los varios sistemas modales no rivalizan verdaderamente entre sí).

Estos argumentos sugieren la siguiente respuesta bien definida. Si los dos sistemas entre los cuales uno tiene que elegir rivalizan, entonces sí se va a reformar se debe hacer globalmente; mientras que si uno de los sistemas complementa el otro, caso de convenir, se debe reformar localmente. Excepto cuando las consideraciones de significado sugieren otra cosa, se puede esperar que los sistemas divergentes sean rivales de la lógica clásica y los sistemas extendidos suplementos, de modo que se puede esperar que la adopción de un sistema divergente sea global, mientras que la de uno extendido podría ser local. Resultaría este tipo de organización:

sistemas extendidos – suplementos de la lógica clásica
– la reforma local es permitida
sistemas divergentes – rivalizan con la lógica clásica
– necesitan reforma global

Sin embargo, como observé en el cap. 1, hay reformistas locales tanto como globales entre los partidarios de las lógicas divergentes. Putnam, por ejemplo, está dispuesto a admitir que se reforme la lógica clásica solamente en su aplicación a la microfísica. Esto indica la posiblidad de considerar a un sistema divergente como rivalizando con la lógica clásica en el sentido de que su uso *en cualquier área particular del discurso* es incompatible con el uso de la lógica clásica *en ese área*, sin que resulte incoherente suponer que la lógica clásica era el sistema apropiado para un área y el sistema divergente para otra. Después de todo no hay nada incoherente en suponer que dos teorías físicas que serían incompatibles si se aplicasen al mismo fenómeno, no puedan ser utilizadas cada una en un campo distinto de aplicación.

En contra de esta sugerencia se podría recomendar la siguiente consideración. Los principios de lógica se caracterizan por una generalidad extrema –lo que les hace principios *lógicos* en vez de, por ejemplo, principios *físicos* de alto nivel, es precisamente su neutralidad en lo concerniente a estos problemas. (Ryle [1954] propone el tópico de neutralidad como criterio para seleccionar las constantes lógicas. Si tiene razón es verdad que hay algo raro en suponer que un conjunto de principios lógicos podría aplicarse a un problema y un conjunto rival a otro. Porque los principios *lógicos* serían precisamente los que se aplican a *cualquier* problema.

No le faltan méritos a este argumento. Tiene no obstante un inconveniente; depende demasiado de la posibilidad de distinguir la *forma* del *contenido* de un argumento. Pero esta diferenciación es difícil de precisar. Seriamente, la cuestión de cual es la forma lógica (o mejor la forma lógica más apropiada) de un argumento, no se puede solucionar independientemente de la cuestión de si el argumento juzgado es válido, porque el sentido más claro que se puede dar a la noción de forma lógica de un argumento es 'traducción correcta del argumento al lenguaje formal' –y claramente no se podría considerar correcta una traducción de lo que se juzgaba un argumento válido a una forma válida o viceversa.

Hay una versión distinta del punto de vista de la 'aplicabilidad limitada' que también tiene interés. Es decir, que se puede aplicar un sistema lógico a sentencias de ciertas formas, y otro a sentencias de otras formas. Por ejemplo, se ha sugerido que mientras que la lógica clásica se aplica a sentencias donde faltan indicadores de tiempo, un sistema diferente podía ser apropiado para la formalización de sentencias con tiempo. El interés especial de este tipo de sugerencia es: que cuando un sistema L_1 se aplica a sentencias de una forma y un sistema L_2 que rivaliza con él a sentencias de otra forma, existen pocas razones para suponer que L_1 y L_2 son rivales. Supongamos, por ejemplo, que L_1 tiene el teorema '$p \vee \sim p$' y que a L_2 le falta, si las letras de las sentencias de L_1 representan sentencias sin tiempo, mientras que las de L_2 representan sentencias con tiempo, no parece que haya ninguna incompatibilidad entre ellas.

De modo que, cuando se dice de dos sistemas que supuestamente rivalizan el uno con el otro, que cada uno se aplica en un campo diferente, si las razones para diferenciar entre campos se refieren al contenido, uno estaría dispuesto a decir que los

sistemas no son verdaderamente lógicos, y si las razones para diferenciar los campos se refieren a la forma, uno estaría dispuesto a decir que los sistemas no rivalizan. Entonces, a pesar de las reservas acerca de la diferenciación de forma/contenido, concluyo que si se justifica la adopción de una lógica rival, esta debería ser global.

Las reservas citadas anteriormente acerca de la adopción naturalmente se aplican aquí también. Se podría pensar, por ejemplo, que aunque las consideraciones sobre la mecánica cuántica demuestran que se debería adoptar una lógica no clásica, sin embargo la insuficiencia de la lógica clásica para muchos propósitos es insignificante; y no tengo ninguna objeción a que se emplee un sistema que no sea estrictamente correcto dentro de un sistema que *sí* lo es. Igualmente, no tengo ninguna objeción a que se emplee la geometría euclidea para, por ejemplo, propósitos de medida. Espero que esta concesión sea suficiente para aplacar a los reformistas 'locales'.

3 La divergencia y la teoría de la verdad

Empezaré por investigar algunas de las reacciones alternativas al tipo de dificultad que, como sostuve en el último capítulo, podrían motivar la adopción de una lógica no estandard. Habiendo diferenciado y discutido estas reacciones alternativas, procederé a investigar algunas de sus consecuencias para la teoría de la verdad. Estas consecuencias inciden sobre el derecho de llamar a sistemas no estandard lógica al igual que mis conclusiones acerca del grado de cambio de significado implicado en las lógicas divergentes incidía sobre el derecho que tienen los sistemas no estandard de ser llamados rivales.

1. EL TERCER VALOR DE VERDAD Y ALGUNAS ALTERNATIVAS

Aunque son varias las razones expuestas en favor de la adopción de lógicas no estandard, a menudo toman –como se puede esperar en vista de los argumentos del segundo capítulo– la forma de una apelación a las consecuencias inaceptables de asignar "verdadero" o "falso" a sentencias de cierto tipo, por ejemplo sentencias en tiempo futuro o sentencias de mecánica cuántica. Ahora una posible reacción a un problema de esta índole sería concluir que ya que las sentencias en cuestión no pueden tener uno de los valores de verdad *corrientes*, deben tener algún valor de verdad *extraordinario*. Pero esta –aunque quizás la más obvia– no es la única reacción posible. Existen por lo menos cuatro posibilidades.

(1) A pesar de las apariencias los items en cuestión no son de la clase de cosas por las que la lógica está o deba estar interesada. (Tesis de "no item".)

(2) Los items en cuestión, aunque entran dentro del alcance de la lógica, no tienen realmente la forma que parecen tener. (Tesis de la "forma engañosa".)

(3) Los items en cuestión, aunque dentro del alcance de la lógica, no son ni verdaderos ni falsos, sino que no tienen valor de verdad. (Tesis del "hueco de valor de verdad".)

(4) Los items en cuestión, aunque dentro del alcance de la lógica, no son ni verdaderos ni falsos, pero tienen algunos otros valores de verdad. (Tesis del "nuevo valor de verdad".)

Algunos ejemplos:

(*a*) sentencias de futuros contingentes: los kneale [1962], entre otros, favorecen la primera alternativa. Prior, al menos en [1957], la segunda, Aristóteles [DI] y van Fraassen [1968] la tercera, y Łukasiewicz [1940] la cuarta.

(*b*) sentencias que contienen términos singulares que no denotan: se encuentra en Strawson [1950] un argumento que favorece la primera alternativa, aunque también, en [1954], utiliza un argumento que favorece la tercera alternativa, la cual también es la conclusión de un argumento de Frege [1892] y la posición que van Fraassen [1969] quiere que tome su trabajo formal; Russell [1905] favorece la segunda alternativa, y Keenan [1971] la tercera.

Las alternativas están colocadas por orden de su creciente radicalismo. Se puede considerar a (1) como una manera de evitar la necesidad de la adopción de un sistema no estandard, excluyendo por completo de la lógica los items molestos. La adopde (2) también evita la necesidad de una lógica divergente, esta vez presentando los items molestos en una nueva e inofensiva forma en la cual se les puede aplicar el aparato lógico estandard. (3) y (4) son más radicales, ya que aparentemente las dos necesitan que se modifique la teoría clásica de la verdad. Pero (3) aparentemente pide una modificación menos radical ya que, al contrario de (4), no exige la admisión de un (os) valor (es) no clasico (s) de verdad.

Examino cada alternativa por orden.

(i) La tesis del no item

Esta tesis generalmente toma la siguiente forma: el item en cuestión no es de cierta clase requerida, por ejèmplo no enuncia o no constituye una proposición; ahora bien, solamente los items de esta clase están dentro del alcance de la lógica, de modo que el item en cuestión está fuera del alcance de la lógica. Por consiguiente no debe sorprender que se pruebe que es refractario a la aplicación de los principios lógicos corrientes y además a que no se necesita revisar esos principios.

Consideremos por ejemplo el siguiente argumento que es muy parecido al que se encuentra en "On Referring" (Strawson [1950]).

Son las sentencias las que tienen significado, pero son los enunciados (usos de sentencias) los que tienen valores de verdad y entre los cuales se dan las relaciones lógicas. Una sentencia que tiene un término sujeto que no denota es significativa, pero, a causa de la pronunciación, tal sentencia necesariamente implica un fracaso en cuanto a la referencia, tal pronunciación no puede ser un uso genuino sino "espureo" de la sentencia, por consiguiente no constituye un enunciado. Así que los usos de sentencias con términos sujetos que no denotan no son enunciados y no están por tanto dentro del alcance de la lógica y, *a fortiori*, no son contra-ejemplos de los principios de la lógica clásica. Se encuentran otros argumentos no totalmente distintos en favor de la tesis del "no item" en Jeffrey [1967] (*a propósito* de senten-

cias vagas) y en Cohen y Nagel [1934], especialmente en las páginas 183-185. Una interesante variante de esta estrategia es empleada por Lewy [1946]. Sostiene que algunas sentencias consideradas por algunos como contra-ejemplos de la lógica clásica –de manera específica las sentencias que son demasiado vagas como para tener asignado un valor de verdad clásico– de hecho no son contra-ejemplos porque no expresan proposiciones, y la lógica solamente se ocupa de proposiciones. Pero resulta que lo que Lewy quiere decir por "proposición" es precisamente "item para el que la lógica clásica es verdad". Y por esta razón su argumento no tiene ninguna fuerza en contra del partidario de una lógica no estandard que simplemente contestaría que no se ve porqué hay que restringir la lógica a proposiciones en el sentido de Lewy. De hecho Lewy es muy cándido sobre esto:

> si continuamos entendiendo por proposición lo que ahora significa, no podemos suponer que en algunas circunstancias una inferencia de acuerdo con el principio de doble negación puede ser inválida. Pero no hay ninguna razón para que *no cambiemos nuestro concepto de proposición*. Y se puede hacer construyendo un cálculo lógico en que el principio de doble negación no se de. No se puede decir que esta lógica sea inconsistente con la nuestra porque no es una lógica de proposiciones en *nuestro* sentido de proposición.
>
> ([1946], p. 38.)

El enzarzarse en una disputa acerca del cambio de lógica con los presupuestos de la tesis del "no item" tiene tendencia a trivializar la disputa, aun cuando el argumento dado en favor de la tesis del "no item" no sea tan abiertamente trivial como el de Lewy.

Esto es así porque existen por lo menos dos versiones del argumento: una que, como la de Lewy, es difícilmente negable, pero también impotente para contestar las propuestas en favor de un cambio de lógica, y otra que parece más sustancial, pero que si se la interpreta tal como es, resulta tener una conclusión que no es realmente conservadora. Si estas dos versiones del argumento no se distinguen puede parecer que es un argumento sustancial en favor de la tesis de no item que evitaría la necesidad de cualquier cambio de lógica. Y sostendré que es tentador confundir los dos argumentos por la obscuridad en las nociones de "enunciado" y "proposición".

Los argumentos en favor de la tesis del no item toman la siguiente forma:

(1) La lógica solamente se aplica a items de cierto tipo (enunciados, proposiciones).

(2) Las sentencias refractarias en las que se piensa que la asignación de "falso" o "verdadero" puede dar lugar a dificultades no enuncian o no expresan proposiciones.

∴ (3) Las sentencias refractarias no son items del tipo al cual puede ser aplicada la lógica y por consiguiente no son contra-ejemplos de los principios lógicos.

Este tipo de argumento es susceptible de dos interpretaciones según lo que se entienda por (1):

(1*a*) La lógica *clásica es solamente verdadera* en ítems de cierto tipo (enunciados, proposiciones).

(1*b*) *Los principios lógicos* (clásicos o no) solamente se aplican a ítems de cierto tipo (enunciados, proposiciones), eso es, solamente a ítems del tipo: falsadores potenciales de la lógica, ítems en los cuales la lógica *debería ser verdadera.*

Parece claro que ninguna versión del argumento que usa (1*a*) puede tener peso en el contexto de una discusión de propósitos para un cambio de lógica. Alguien que sostiene que ciertas sentencias constituyen "contra-ejemplos" de la lógica clásica porque su asignación de "verdad" o "falsedad" hace que surjan anomalías, lejos de afirmar que las sentencias en cuestión *son* "del tipo al cual se aplica la lógica" en el sentido de "tipo en el que la lógica clásica es verdadera", lo que hace es negarlo. El problema surge porque, según piensa el que defiende esta postura, las sentencias refractarias están al alcance de la lógica en el sentido de "tipo en el cual la lógica debería ser verdad", pero resulta que los principios lógicos clásicos son falsos en este caso. En otras palabras: alguien que piensa que tiene un contra-ejemplo de la lógica clásica piensa que tiene un ítem que es de un tipo al que los principios lógicos se deberían aplicar pero en el que los principios de la lógica clásica son aparentemente falsos. Tal persona no cambiará de postura si se le dice que su "contra-ejemplo" es un ítem para el cual la lógica clásica resulta ser falsa —*eso* es justamente lo que defiende. Sólo se conmoverá si se puede demostrar que su contra-ejemplo no es un ítem al que se debieran aplicar los principios lógicos, es decir, si es un ítem para el cual los principios lógicos son de algún modo irrelevantes.

Si queremos que el argumento tenga algún peso en la disputa con un partidario de la lógica divergente, se deberá emplear (1*b*). Parece que Strawson prefiere esta visión del argumento, pues sostiene en *Introduction to Logical Theory* ([1952], especialmente en las pp. 3-4) que las relaciones lógicas se dan entre enunciados antes que entre sentencias aparentemente porque son los enunciados antes que las sentencias los que son portadores de valor de verdad. Su argumento, aunque no completamente explícito, sería: los predicados "verdadero" y "falso" se aplican solamente a enunciados y no a sentencias y la lógica se ocupa sólo de relaciones tales como consecuencia e inconsistencia que pueden darse sólo entre entidades lógicas portadoras de valor de verdad, de modo que las relaciones lógicas se dan sólo entre enunciados y no entre sentencias.

Creo que se puede demostrar que los argumentos usados por Strawson y otros de por qué es impropio llamar a las sentencias "verdaderas" o "falsas" y de por qué es necesario entonces presentar enunciados o proposiciones como portadores de valor de verdad, son totalmente inadecuados (véase por ejemplo Hacck R. J. y S. [1970] o Gochet [1972] para la justificación de estas pretensiones). Pero interesará demostrar que el argumento del no ítem en que basa Strawson su tesis acerca de los por-

tadores de valor de verdad sería infructuoso aún si sus puntos de vista acerca de los portadores de valor de verdad fuesen aceptables.

Consideremos el principio que sirve de base a la versión strawsoniana del argumento del no ítem de que sólo los ítems portadores de valor de verdad están dentro del alcance de la lógica. Si esto significa que solamente los ítems que actualmente tienen un valor de verdad "verdadero" o "falso" están dentro del alcance de la lógica, entonces está claro que da demasiado por supuesto. Pues suponer que los principios lógicos sólo son pertinentes con los ítems verdaderos o falsos es garantizar por adelantado una posición privilegiada para la lógica clásica que resulta adecuada para esos ítems y sólo esos.

Si, por otro lado, lo que se da por sentado es que están dentro del alcance de la lógica sólo los ítems que, *sean* o no de hecho verdaderos o falsos, al menos podrían ser verdaderos o falsos, las lógicas divergentes no quedan eliminadas. (Existe una objeción que se podría hacer a este principio, pero no la voy a seguir aquí, esta objeción es que se excluye la lógica imperativa y posiblemente la deóntica por no ser verdaderamente lógica. Esta es una consecuencia muy estricta. Pero mi principal objeción trata bastante más de cerca el tema actual.) El partidario de una lógica no estandard –una lógica, digamos, que admite huecos de valor de verdad o valores de verdad intermedios– podría *estar de acuerdo* en que las relaciones lógicas se dan solamente entre ítems capaces de tener un valor de verdad, *pero* no en si realmente tienen o no tienen uno o si el valor tomado es clásico o no clásico.

La importancia de este punto surge cuando nos percatamos de que Strawson es incapaz de limitarse cómodamente a la tesis del no ítem, pero también y de manera inconsciente sostiene la tesis del hueco de valor de verdad. Porque a Strawson (solapadamente en [1950] pero patentemente en [1952] y [1964] le atrae la opinión de que las sentencias que contienen términos sujetos no denotativos pueden *presuponer* los enunciados existenciales correspondientes e insiste [1952] y [1954] en que la presuposición es una relación lógica y no pragmática. Pero si quiere mantener esta posición, Strawson debe admitir que algunos enunciados no tienen valores de verdad y que las relaciones lógicas se pueden dar entre estos ítems sin valor de verdad. Estas relaciones lógicas no pueden ser las canonizadas por la lógica clásica y en consecuencia se debe permitir alguna lógica no estandard.

Enfocándolo de otra manera: en la forma según la cual la lógica se debería aplicar solamente a ítems que actualmente son verdaderos o falsos, (1*b*) solamente presuponiendo algunas reglas elimina las lógicas divergentes; y en la forma según la cual la lógica debería aplicarse solamente a ítems que podrían ser verdaderos o falsos aunque de hecho no lo son (1*b*) no elimina por completo las lógicas divergentes. Muy a menudo el interés de este tipo de sentencia refractaria concerniente al lógico divergente es precisamente que parece, por un lado, resistirse a la asignación de un valor de verdad clásico, pero, por otro lado, tiene que estar en relación lógica con otras sentencias.

He argumentado a favor de la tendencia a la trivialización de las tesis de no ítem

sin necesidad de especificar la definición de "enunciado" o "proposición" (o cualquier ítem privilegiado escogido) que pueda ser utilizada. Mis argumentos en contra de esta opinión no dependen de ninguna manera de una definición particular de "enunciado" o "proposición". Pero no es difícil ver que la variedad de explicaciones de "enunciados" y "proposiciones" corrientes en la literatura contribuyen a un falso atractivo de los argumentos del no ítem. Por un lado se puede definir "enunciado" o "proposición" (al estilo de Lewy) como "un ítem para el cual la lógica clásica resulta verdadera", en cuyo caso (1*a*) está en disponibilidad inmediata. Pero la interesante cuestión, aunque no clásica, de si las relaciones lógicas se dan entre sentencias que en este sentido no enuncian o no expresan proposiciones, no se toca para nada. Por otro lado, "enunciados" y "proposiciones" pueden ser definidos independientemente como uso genuino de sentencias declarativas significativas o como "significado de oraciones declarativas" en cuyo caso ni (1*a*) ni (1*b*) están automáticamente disponibles.

El siguiente diálogo ilustra espléndidamente el peligro de trivialidad:

Sr. Rossette: Está lloviendo.

Sr. Turquer: Quiere usted decir que está lloviendo en Ithaca, Nueva York, a las 2 p. m. el 14 de julio de 1950 porque no sabe si está lloviendo ahora en El Paso, Texas.

Sr. Rossette: ¿Estaría de acuerdo entonces en decir que mi enunciado no es verdadero ni falso?

Sr. Turquer: No, esa no es mi opinión, ya que todo enunciado es falso o verdadero. En consecuencia la única conclusión que podemos sacar es que lo que usted llama un enunciado no es realmente tal...

Sr. Rossette: ¿Pero no es esto un poco arbitrario? Me parece que da por sentado que todo enunciado es verdadero o falso y entonces distingue entre enunciados y formas de enunciados para evitar ser refutado...

(Rosser y Turquette [1952] p. 3.)

(ii) La tesis de la forma engañosa

Esta tesis generalmente adquiere la siguiente forma: si se toma la forma "gramatical" de la sentencia refractaria como indicativa de su forma "lógica", entonces el asignarle "verdad" o "falsedad" puede traer dificultades. Sin embargo una vez que se reconoce que la forma gramatical de la sentencia es engañosa en su forma lógica, las dificultades desaparecen porque la asignación de un valor de verdad clásico ahora aparece como satisfactoria o porque está ahora a disposición una explicación de la dificultad de asignar un valor de verdad clásico.

Considérese, por ejemplo, los siguientes argumentos utilizados por Russell en [1905]. La sentencia "El rey de Francia es calvo" es *gramáticamente* de la forma

sujeto predicado.Pero si se construye *lógicamente* de la forma sujeto predicado surge una dificultad ya que "El rey de Francia" que no indica nada, no puede ser un sujeto lógico. La solución de Russell es interpretar la sentencia como teniendo forma existencial, esto es, no como

(i) Fa

(F un predicado y a un sujeto lógico) sino como

(ii) $(\exists x)\,(Gx\ \&\ (y)\,(Gy \equiv x = y)\ \&\ Fx)$

y se resuelve así el misterio acerca de qué valor de verdad asignar ahora a la sentencia, ya que la sentencia existencial que tenga uno de los miembros de la conjunción falso es falsa. Además ahora se pueden resolver los problemas concernientes al valor de verdad que se debe asignar a la negación de la sentencia (El Rey de Francia no es calvo) señalando que la negación permanece en la ambigüedad entre:

(iii) $\sim(\exists x)\,(Gx\ \&\ (y)\,(Gy \equiv x = y)\ \&\ Fx)$

y

(iv) $(\exists x)\,(Gx\ \&\ (y)\,(Gy \equiv x = y)\ \&\ \sim Fx)$

en donde (iii) que es la contradictoria de (ii) es verdadera, y (iv) que sólo es la contraria de (ii) es falsa.

Prior utiliza en [1957] un argumento parecido para resolver las dificultades que, de acuerdo con Aristóteles y Lukasiewicz, surgen de la asignación de "verdad" o "falsedad" a sentencias de futuros contingentes. Prior escribe "p" para las sentencias en tiempo presente, "F" para "será el caso de que", de modo que "Habrá mañana una batalla naval" se escribiría:

(v) Fp

Entonces argumenta que una sentencia como "No habrá mañana una batalla naval" permanece en la ambigüedad entre:

(vi) $\sim Fp$

y

(vii) $F \sim p$

Propone resolver el problema de los futuros contingentes argumentando que *ambas* (v) y (vii) son falsas. Es muy dudoso que esto resuelva el problema de los futu-

ros contingentes. Pero mi presente preocupación es simplemente hacer ver el uso de la estrategia de la forma engañosa.

Algunas veces se emplea esta estrategia no para justificar la asignación de un valor de verdad clásico, sino para explicar por qué las sentencias se resisten a tales asignaciones. Por ejemplo, Russell [1906] propuso que las sentencias con tiempo (que son gramaticalmente completas, claro está) no fuesen interpretadas como proposiciones, es decir, sentencias cerradas, sino como funciones proposicionales, es decir, sentencias abiertas con una variable libre para el tiempo. "La señora Brown está [tiempo presente] en casa" debe ser interpretada como "La señora Brown está [sin tiempo] en casa en el tiempo *t*". Lo importante de esta maniobra es que mientras que una sentencia cerrada que no tiene un valor de verdad es una anomalía, no se espera que una sentencia abierta sea verdadera o falsa. De modo que tenemos disponible inmediatamente una explicación de cualquier problema por parte de las sentencias con tiempo para su asignación de valores de verdad. El contexto de esta propuesta de Russell es una sugerencia de MacColl de que ciertas oraciones no son ni verdaderas ni falsas sino "de valor variable". El efecto que tiene la propuesta de Russell es reemplazar la sugerencia de que las sentencias con tiempo tienen un valor de verdad no clásico por la tesis menos radical de que las sentencias con tiempo son las sentencias abiertas cuyos valores de verdad clásicos varían según el argumento que pongamos para el tiempo. Esta sugerencia de Russell tiene de hecho ciertas afinidades con la estrategia del no ítem, ya que representa un ítem refractario que no es del tipo al que se le pueda asignar un valor de verdad en la lógica clásica; sin embargo no está este ítem fuera del alcance de la lógica.

Se puede ver el valor de esta estrategia sin tener que suponer –como podría sugerir la manera de Russell de presentar estos argumentos– que una sentencia tiene una "forma lógica" única que puede o no puede ser reflejada en su forma gramatical. Si en vez de esto uno considera (una) forma lógica de una sentencia como (una) traducción correcta de esa sentencia al lenguaje formal, se puede representar la estrategia de forma engañosa de esta manera: ciertas sentencias se resisten a la asignación de valores de verdad clásicos si se traducen al lenguaje formal de una manera que sea paralela a su estructura gramatical; pero se puede evitar, o por lo menos explicar, este problema reacio con una traducción alternativa.

El conservadurismo que promete esta estrategia –al contrario que el ofrecido por los argumentos del no ítem– puede ser genuino. Si se puede dar una traducción nueva y aceptable de los ítems reacios, se les puede acomodar dentro de la lógica clásica. Naturalmente se puede llegar a esta acomodación sin pagar el precio de, por ejemplo, una traducción que se considera antinatural. (Strawson, por ejemplo, encuentra la traducción de las sentencias que no denotan discorde con sus consideraciones acerca del lenguaje ordinario.) Y lo que se gana en sencillez reteniendo la lógica clásica, se pierde en la posible pérdida de sencillez en la traducción al lenguaje formal.

(iii) y (iv) Huecos de valor de verdad y nuevos valores de verdad

Parece que la opinión de que existen huecos de valor de verdad (3) es muy diferente de la opinión (4) de que hay valores de verdad intermedios. Por consiguiente es muy sorprendente encontrar que algunos escritores deliberadamente asimilen las dos opiniones. Por ejmplo Goddart [1966] y Halldén [1949] emplean una "lógica trivalente" en la cual el "tercer valor de verdad" se define como "ni verdadero ni falso" (incluso van más lejos y llegan a identificar este valor como carente de sentido. Pero la propiedad de esta identificación es una cuestión aparte que no puedo tratar aquí). De modo que la intención de estos escritores parece ser que existen sentencias que no son ni verdaderas ni falsas lo cual es lo mismo que decir que hay algunas sentencias que tienen valor de verdad "ni verdadero ni falso". MacColl comenta pertinentemente que se siente la tentación de suponer que "o verdadero o falso" es valor de verdad extra por encima de "verdadero" y "falso" [1970].

Los argumentos a favor de la tesis (3) parecen bastante diferentes de los de (4). Considérese, por ejemplo, el argumento de Frege [1892] acerca de las sentencias que contienen términos que no denotan. Según la teoría del sentido y referencia de Frege, la referencia de una expresión compuesta depende de las referencias de sus partes, en particular, el valor de verdad de una sentencia (que es su referencia) depende de las referencias de las expresiones componentes de la sentencia. De modo que si le falta referencia a uno de los componentes también le faltará a la sentencia. Por consiguiente una sentencia como "El rey de Francia es sabio" debe ser carente de valor de verdad. El argumento de Frege nos lleva a la conclusión de que las sentencias que no denotan no tienen valor de verdad.

Los argumentos de los intuicionistas acerca de porqué ciertas sentencias matemáticas no son ni verdaderas ni falsas también parecen apoyar una tesis de hueco de valor de verdad, aunque no directamente, sino indirectamente, pues estos argumentos serían igualmente buenos en contra de la asignación de un valor de verdad intermedio. Así Heyting [1966] considera el número L definido de la siguiente manera:

L es el mayor primo tal que $L - 2$ es primo también

o $L = 1$ si tal número no existe

Aunque no se haya ni probado ni refutado que hay infinitas parejas de números primos, el matemático clásico mantendría sin embargo que $L = 1$ *es* o verdadero o falso. El intuicionista lo niega: considera que la suposición de que $L = 1$ *tiene* un valor de verdad, aunque no se pueda decir *cual*, necesita apelar a metafísicas inaceptables. Y probablemente un intuicionista encontraría, o debería encontrar, que la declaración de que $L = 1$ tiene algún valor de verdad no clásico es tan ininteligible como la declaración de que es verdadero o que es falso.

En contraste, los que se impresionan por locuciones como "medio verdad" "verdad en parte" "aproximadamente verdad" (p. ej. Austin en [1950]) o por la aparen-

te analogía entre verdad y alta probabilidad (por ejemplo Reichembach [1935]) tienen tendencia a favorecer la tesis (4) en vez de (3) porque este tipo de consideración sugiere que hay grados de verdad, un tipo de continuo de valores de verdad intermedios entre casos límites "verdadero" y "falso".

Algunas consideraciones formales. He sugerido arriba que mientras las tesis (1) y (2) aparentemente permiten la acomodación de ítems reacios sin cambiar la lógica, la adopción de (3) ó (4) nacesitaría alguna modificación del cálculo clásico. Ahora surge una cuestión interesante y curiosamente difícil: dado que un partidario de (3) ó (4) necesitaría una lógica no bivalente ¿de qué manera podría o debería diferenciarse un sistema adoptado por un partidario de (3) del de un partidario de (4)? ¿Qué podría ser entonces el rasgo formal de diferenciación entre huecos de valores de verdad intermedios?

Se podría pensar que el indicio de las distinciones formales pertinentes se encuentra en la consideración delas semánticas de los sistemas rivales. Esto es: los sistemas alternativos (diferenciados en términos de sus conjuntos de teoremas) se satisfacen por interpretaciones diferentes $-L_3$ por ejemplo tiene una matriz característica de 3 valores, la lógica intuicionista tiene una matriz de infinitos valores. ¿Y no es natural suponer que la tesis de que hay un tercer valor de verdad es representada aproximadamente en un sistema formal con una matriz característica de tres valores?

Esta sugerencia debe ser más precisa. Decir que una matriz M es característica de un sistema S. es decir, que todos y sólo los teoremas de S toman uniformente un valor designado por M. De modo que un sistema S puede tener más de una matriz característica; la lógica de 2 valores clásica por ejemplo tiene la matriz característica de 3 valores:

$\sim A$
f v^*
f i
v f

	A v B (Definiciones usuales
	v i f de "$\supset$" y "&")
v	v v v
i	v v v
f	v v f

Llamaré a un sistema "n-valorado" si n es el menor número de valores de verdad que cualquier matriz característica tiene para ese sistema. Es en este sentido que la lógica clásica tiene "2 valores" Considero a un sistema polivalente si está n-valorado para $n \neq 2$ y $n \neq \infty$.

Esto permite que vuelva a formular la sugerencia que estaba considerando: un sistema apropiado para la tesis de que hay $n - 2$ valores de verdad intermedios debería ser en el sentido definido n-valorado. Para formalizar la opinión de que hay *un* valor de verdad intermedio es lógico esperar la necesidad de una lógica de 3 valores.

Pero esta sugerencia sigue siendo inadecuada porque no responde a dos cuestio-

nes esenciales: (*i*) si un sistema de tres valores es apropiado para la tesis del tercer valor de verdad ¿qué tipo de sistema es apropiado para la tesis del hueco de valor de verdad? y (*ii*) ¿compromete necesariamente el uso de un sistema de tres valores a la tesis del tercer valor de verdad? Veamos estas dos cuestiones por separado.

(*a*) *¿Qué tipo de sistema es apropiado para la tesis del hueco de valor de verdad?* Van Fraassen da una respuesta en [1966], [1968] y [1969] y Lambert la contesta más explícitamente en [1969]. Sugieren que mientras que la tesis (4) llevaría a un sistema lógico polivalente, la tesis (3) permite retener el conjunto clásico de verdades lógicas por medio de la adopción de una semántica no veritativo-funcional. Van Fraassen propone una semántica cuyo principio es el siguiente: una sobrevaloración asigna a una sentencia compuesta, algunos (s) de cuyos (s) componentes (s) carece (n) de valor de verdad, ese valor que toda valoración clásica le asignaría si es que hay tal valor único para la sentencia compuesta; caso de que no lo haya, no asigna ningún valor. Estas semánticas no son veritativo-funcionales ya que cuando en cualquier caso (en una disyunción) ambos disyuntos carecen de valor de verdad, asignaría verdad a "p v $\sim p$", pero no asignaría valor a "p v q". Este tratamiento en terminos de sobrevaloraciones, como indica Van Fraassen en [1970], equivale formalmente al tratamiento en términos de una matriz infinita. El conjunto de fórmulas designadas que resulta es el clásico usual.

Es evidente la ingeniosidad formal de este tratamiento. Pero tengo algunas dificultades con la sugerencia de que mientras los sistemas polivalentes y veritativo-funcionales son apropiados para la tesis (4), una semántica no veritatio-funcional como la de van Fraassen es apropiada para la tesis (3). El atractivo del sistema de van Fraassen parece depender de la posiblidad del principio de que *a una fbf debería asignarse un valor "v" si fuera asignado ese valor por una valoración clásica, sean sus componentes verdaderos o falsos*. Este principio es plausible si se supone que la fbf en cuestión debe *ser* verdadera o falsa, aunque quizá no se sepa o no se pueda saber cual. Pero si se supone que algunas fbf *no* tienen valor de verdad ¿por qué *el hecho* de que ciertos compuestos de tales fbf tenga un valor de verdad dado –sea el que sea el valor de los componentes– debe *ser* alguna razón para dar a los compuestos ese valor? El principio sobre el cual descansa la semántica de van Fraassen, lejos de ser especialmente apropiado a la acomodación de ítems que no tienen valores de verdad, es plausible precisamente basándose en la suposición de que los ítems en cuestión tienen valores de verdad, aunque quizás desconocidos.

De hecho existe una postura para la cual las semánticas de van Fraassen son particularmente apropiadas v. gr. la posición de Aristóteles sobre los futuros contingentes. Según Aristóteles las sentencias de futuros continguentes aunque no sean ahora ni falsas ni verdaderas, eventualmente serán falsas o verdaderas, de modo que uno puede asignar "verdadero" ahora a "Habrá o no habrá mañana una batalla naval" ya que uno u otro "miembro de la disyunción" será verdad y cualquier cosa que sea hará que la disyunción total sea verdadera. De hecho esta tesis Aristotélica es una teoría del hueco de valor de verdad, pero de un tipo especial, ya que lo que se afirma es

que las sentencias en cuestión no tienen un valor de verdad todavía. Y aún aquí no encaja perfectamente el sistema de van Fraassen porque si Aristóteles tiene razón puede que "Habrá mañana una batalla naval" nunca tenga un valor de verdad, porque si la cuestión no está causalmente fijada hasta, por ejemplo, las diez a. m. de mañana, es "Habrá una batalla naval hoy" y no "Habrá una batalla naval mañana" que se convierte en verdadera o falsa (ver capítulo 4).

Un argumento que se podría ofrecer aquí, aunque ni van Fraassen ni Lambert lo nombren es este: que si le falta un valor de verdad a algún componente de una fbf compuesta, el valor de verdad del compuesto total no puede, *a fortiori*, depender de los valores de verdad de los componentes, y en consecuencia el compuesto no puede ser una función de verdad de sus componentes. Según esto una teoría del hueco de valor de verdad está a favor de una semántica no veritativo-funcional. Pero este argumento no es muy concluyente. Porque podría darse el caso de que el valor de verdad de un compuesto dependiese solamente de (*a*) si sus componentes tienen valores de verdad, y (*b*) caso de que tengan valores de verdad, *cuales* son. En sentido amplio, pero no antinatural, tal compuesto sería veritativo-funcional.

Si ocurre esto entonces no está claro que un sistema apropiado para la tesis (4) deba ser veritativo-funcional, quizás es posible discriminar de alguna manera dentro de los sistemas veritativo-funcionales. Una consideración elemental que debe estudiarse es esta. Los tipos de argumentos (la verdad parcial, verdad aproximada, etc.) que apoyan la tesis (4) podrían favorecer la introducción de cualquier número, finito o hasta infinito, de valores de verdad intermedios. Pero si va a ser representada la tesis (3), la del hueco de valor de verdad, por un sistema polivalente, cualquier sistema apropiado tendría que ser de tres valores ya que la tesis (3) aparentemente sólo permite 3 posibilidades, "verdadero", "falso" y "sin valor de verdad". Por consiguiente lo que debo preguntar es qué sistema de tres valores es especialmente apropiado a los huecos de valor de verdad en vez de preguntar por el tercer valor de verdad.

Kleene afirma ([1952] § 16) que sus matrices son especialmente apropiadas para su propósito (el cual es suministrar una lógica apropiada para manejar enunciados matemáticos indecidibles) porque encarnan la suposición de que el tercer valor de verdad tiene un estatus diferente del de "verdadero" o "falso" que sin embargo es, como él dice, "no independiente" de ellos. ¿No podrían entonces sus matrices ser apropiadas para la tesis (3), ya que, como comenté anteriormente, la falta de un valor de verdad no es un valor de verdad de igual estatus que "verdadero" y "falso"? ¿De que manera es entonces diferente el estatus del tercer valor de verdad de Kleene? Aparentemente de este modo: la información de que una fbf tiene un valor u es simplemente una falta de información en cuanto a su verdad o falsedad. ¿Cómo se refleja esta diferencia en sus matrices? Las matrices se diferencian de las de Łukasiewicz sólo en que $u \rightarrow u = u$ en lugar de $u \rightarrow u = v$. Kleene justifica la adopción de estas matrices diciendo que una función F de sentencias A, B debería ser decidible si sus argumentos lo son. Por consiguiente Kleene sostiene que $| A \vee B |$ para $| A | = v$, $| B | = u$, debería ser v, porque si $| A | = v$, "$A \vee B$" sería verdad aunque B fuese ver-

dadera o falsa. De modo que el principio que sirve de base a este argumento es que si $F(A, B, ...)$ resulta ser $v(f)$ si $A, B, ...$ son verdaderos o falsos, entonces es $v(f)$ si $A, B, ...$ son u. Pero entonces, extendiendo el mismo argumento $| A \vee \sim A |$ para $| A | = | \sim A | = u$ debería ser v ya que "$A \vee \sim A$" sería verdad aunque A fuese verdera o falsa. Sin embargo este argumento no justificaría asignar verdadero a "$A \vee B$" para $| A | = | B | = u$; para que resultase adecuado necesitaríamos, no las matrices de Kleene, sino unas semánticas no veritativo-funcionales. El principio que utiliza Kleene es precisamente el que justifica las semánticas de van Fraassen. En primer lugar este principio no justifica las matrices de Kleene; y, en segundo lugar, este principio no es apropiado como ya he argumentado para la tesis del hueco de valor de verdad.

El argumento de Frege a favor de la tesis (3) sugiere otra respuesta a nuestra cuestión de si algún tipo particular de matriz de tres valores es especialmente apropiado a la tesis (3). El principio de Frege es que la referencia de una expresión compuesta (y por consiguiente el valor de verdad de una sentencia) depende de la referencia de sus partes. Esto sugiere (aunque no impone) que las matrices apropiadas para la tesis del hueco del valor de verdad deberían ser tales que si un componente de una fbf compuesta carece de valor de verdad, la fbf entera carece de valor de verdad. Las matrices de las conectivas "internas" de Bochvar y las conectivas "primarias" de Smiley tienen esta propiedad. Pero no está muy claro porqué la entrada sin valor de verdad/resultado sin valor de verdad debería ser aceptada (especialmente si se rechaza la teoría de Frege de sentido y referencia que como vimos apoya este principio). Después de todo es discutible que la presencia de un miembro de la conjunción falso debiera ser suficiente para dar un valor de verdad a una conjunción aunque el otro miembro de la conjunción carezca de valor de verdad (ver cap. 7).

(*b*) *¿Compromete el uso de un sistema polivalente la tesis de nuevos valor (es) de verdad?* Hasta que no se mira de cerca no está tan claro como suponen algunos (por ejemplo van Fraassen, Lambert) que el uso de uno de los sistemas polivalentes (por ejemplo los de Kleene, Bochvar, Łukasiewicz o Post) debe comprometernos con la tesis (4). Porque se podría emplear un sistema polivalente y sostener a la vez:

(1) Hay solamente dos valores de verdad verdadero y falso

y

(2) toda fbf del sistema tiene solamente uno de estos valores.

Para algunas de las más plausibles interpretaciones de los valores intermedios de los sistemas polivalentes, "verdadero" y "falso" permanecen (mutuamente exclusivos) y conjuntamente exhaustivos. Considérese por ejemplo la interpretación que Prior ofrece para un sistema de cuatro valores

1 = verdadero y puramente matemático

2 = verdadero pero no puramente matemático

3 = falso pero no puramente matemático

4 = falso y puramente matemátic.

Basándose en esta interpretación, cualquier fbf es o verdadera o falsa, las de valores 1 y 2 verdaderas y las de valores 3 y 4 falsas. La división en cuatro valores se efectúa por una subdivisión epistemológica de las variedades "verdadero" y "falso". Concediendo sólo que los valores de verdad no son manifiestamente relativos o epistemológicos se sigue que el uso de un sistema de cuatro valores basándose en esta interpretación nos compromete a no más de dos valores de *verdad*. Se aplicarían comentarios parecidos a otra interpretación que propone que los valores de la lógica tetravalente son: verdaderos y conocidos como verdaderos, verdaderos pero no conocidos como verdaderos, etc.

Y de nuevo parece que Kleene interpreta *u* (indecidible) de tal manera que sentencias con *u* son sin embargo o verdaderas o falsas, aunque sea imposible decir cual de las dos. De modo que tenemos:

v = verdadero (ciertamente)

u = verdadero o falso (pero indecidible)

f = falso (ciertamente)

así que "verdadero" y "falso" son conjuntamente exhaustivos otra vez.

En estos casos he sugerido que, basándose en ciertas interpretaciones de sus valores intermedios, los sistemas polivalentes no están comprometidos con los nuevos valores de verdad. Ahora consideraré un caso que, aunque relaccionado con lo anterior, posee una diferencia instructiva.

Una motivación para la tesis (4) fue la consideración del uso de locuciones como "parcialmente verdad" "medio verdad" etc. que parecían demostrar que hay "grados de verdad". Ahora, al menos algunas veces, cuando se dice que una aserción es "parcialmente verdad", lo que se quiere decir es que es compuesta y que algunos pero no todos sus componentes son verdaderos. Podríamos parafrasear "*A* es parcialmente verdad" cuando con "parcialmente verdad" queremos decir "parte de *A* es verdad" (Ver Waismann [1946], p. 87). No es ésta de la única forma en la que se emplea "parcialmente verdad". Algunas veces sería mejor paráfrasis: "*A* es parte de la verdad". No trataré esto aquí. Para una aproximación alternativa al problema de la verdad parcial ver Bunge [1963]).

Supóngase entonces que uno trata los símbolos de las sentencias no como representantes de sentencias sino de secuencias de sentencias: entonces la atribución de "verdadero" a algunos pero no a todos los miembros de la secuencia significaría la atribución de "parcialmente verdad" a la secuencia misma.

Existe un cálculo ya asequible que se puede explotar para resolver los detalles de esta sugerencia. Considérese la siguiente interpretación de la lógica de m valores:

(1) Los símbolos de sentencias $P, Q, R, \ldots$ representan $m-1$ ejemplos de sentencias corrientes de dos valores $p, q, r, \ldots$ con los miembros verdaderos ocurriendo antes que los falsos.

(2) P tomará el valor i cuando exactamente $i-1$ elementos de P son falsos.

(3) $\overset{m}{\neg} P$ representará el resultado de reemplazar el primer elemento falso p_1 de P por su negación (ordinaria de dos valores); si no hay elemento falso, $\overset{m}{\neg} P$ representará el resultado de reemplazar todos los elementos de P por sus negaciones (ordinarias de dos valores).

(4) Cuando $P = < p_1, \ldots P_{m-1} >$ y $Q = < q_1, \ldots q_{m-1} >$, entonces $P \overset{m}{\vee} Q = < p_1 \vee q_1, \ldots, P_{m-1} \vee q_{m-1} >$ donde la disyunción de la derecha es ordinaria y de dos valores.

Esta interpretación satisface las matrices de Post [1921]. Se demuestra para el caso $m = 3$ que se puede justificar la siguiente interpretación de los valores:

1 = enteramente verdadero; 2 = medio verdadero; 3 = enteramente falso.

El número de miembros de cada secuencia de sentencias es $m-1$, es decir: $3-1$, ó sea 2. Cuando $| P | = i$ el número de miembros falsos de $P = i-1$. De modo que el número de miembros verdaderos de P es $2-(i-1)$. Por consiguiente la proporción de miembros verdaderos de P es

$$\frac{2-(i-1)}{2}.$$

Ahora supóngase que $| P | = 1$. Entonces la proporción de miembros verdaderos de P es

$$\frac{2-(1-1)}{2} = \frac{2}{2} = 1 \qquad \text{es decir, } P \text{ es } \textit{enteramente verdadera}$$

Supóngase que $| P | = 2$. Entonces la proporción de miembros verdaderos de P es

$$\frac{2-(2-1)}{2} = \frac{1}{2} \qquad \text{es decir, } P \text{ es } \textit{medio verdadera}$$

Supongamos por último que $P = 3$. Entonces la proporción de miembros verdaderos de P es

$$\frac{2-(3-1)}{2}=\frac{0}{2}=0 \quad \text{es decir, } P \text{ es } \textit{enteramente falsa}$$

Es fácil verificar qué interpretaciones de los valores igualmente apropiadas (por ejemplo 1 = enteramente verdadera, $2=\frac{2}{3}$ verdadera, $3=\frac{1}{3}$ verdadera, 4 = enteramente falsa) están disponibles para $m > 3$.

De modo que se puede utilizar el sistema de Post para proporcionar una lógica de "verdad parcial" sin tener que suponer que hay más de dos valores de verdad. Se evita la necesidad de atribuir valores de verdad intermedios a una sentencia asignando en cuenta de ellos uno de los valores de verdad ordinarios a los componentes de esa sentencia. Así, mientras en los casos que consideré anteriormente se evitaba el compromiso con los valores de verdad intermedios por la interpretación de los valores extra como epistemológicos, en este caso se consigue un efecto parecido reinterpretando el tipo de asignación a la que se aplican los valores intermedios. Puede valer la pena observar que esta estrategia tiene ciertas afinidades con la tesis (2), aunque lo que está implicado aquí es una nueva especificación del tipo de ítem posible para los símbolos de las sentencias, en lugar de una simple traducción de sentencias al formalismo.

Esta sugerencia tiene ciertas afinidades filosóficas con el tratamiento de Popper (p. ej. [1972]) de la verosimilitud. El propósito de Popper es expresar formalmente la idea de que una teoría puede estar más cerca de (la entera) verdad que otra, aunque ambas teorías sean falsas. Pero desafortunadamente (Miller [1974]) su definición de más cercana a la verdad:

$$B < A \text{ sii } \begin{cases} C_{t_V}(A) \subset C_{t_V}(B) \;\&\; C_{t_F}(B) \subseteq C_{t_F}(A) \\ \text{o} \\ C_{t_V}(A) \subseteq C_{t_V}(B) \;\&\; C_{t_F}(B) \subset C_{t_F}(A) \end{cases}$$

("$<$" se lee como "está más cercano a la verdad que", "C_{t_V}" "el contenido de verdad de", "C_{t_F}" "el contenido de falsedad de", "$\subset$" "incluido en" y "$\subseteq$" es "propiamente incluido en") tiene la consecuencia:

$$B < A \vdash C_{t_F}(B) = 0^1$$

Ningún par de teorías falsas están en esta relación que por tanto no puede representar la idea que Popper intentaba captar. En vista de este fracaso puede que no le falte por completo motivación filosófica a la formalización de la verdad parcial que se sugiere arriba.

[1] Debo este punto a D. Miller.

La sugerencia de Scott [1976] de que se puede hacer que la lógica polivalente tenga sentido interpretando la asignación del valor intermedio al enunciado *A* como correspondiente a la asignación de "verdadero" o "falso" al enunciado "*A* es verdadera dentro del grado de error *i*", tiene alguna analogía formal con lo anterior en que la asignación de valores no clásicos se interpreta por una vía de la asignación de valores clásicos a los enunciados correspondientes.

2. CONSECUENCIAS PARA LA TEORIA DE LA VERDAD

El uso de un sistema polivalente no compromete necesariamente a una creencia en valores de verdad nuevos no clásicos. Esta observación sin embargo hace surgir tantas preguntas como respuestas. ¿Cuándo, por ejemplo, cuenta un valor intermedio como valor de verdad? ¿Y en general qué se puede decir acerca de las consecuencias para la teoría de la verdad si adoptamos un sistema polivalente?

Algunos piensan que verdadero y falso se usan inevitablemente de un modo no estandard si pasamos a una lógica polivalente: Por eso dice Quine:

> debemos recordar... que la terminología "verdadero", "falso" y "negación" pasa de nuestra lógica a una (lógica de tres valores) solamente por una analogía parcial ([1970], p. 84.)

Otros, por el contrario, mantienen que algunas características esenciales de "verdadero" y "falso" son preservadas en la lógica polivalente. Así Putnam

> las palabras "verdadero" y "falso" tienen un cierto significado "nuclear" que es *independiente del tertium non datur* ([1975], p. 74.)

La pregunta de si o hasta qué punto se viola el concepto clásico de verdad al pasar a las lógicas divergentes es relevante para la decisión de si se considera este sistema como *lógica* rival o simplemente como tal vez matemáticamente interesante, aunque en el fondo se trate de formalismos filosóficamente estériles. De modo que no debería ser sorprendente que la referencia maximalizando el cambio en el concepto de verdad venga de un trabajo que ya he reconocido como de tendencia conservadora y la referencia minimizando el cambio venga de un trabajo radical.

Trataré la cuestión de las consecuencias de la divergencia para la teoría de la verdad investigando el efecto de la adopción de los sistemas divergentes según tres principios: el de bivalencia, o sea que cada fbf es verdadera o falsa (de ahora en adelante PB); la ley de tercio excluso, la fbf "*p* o no *p*" (desde ahora LTE); y la condición de adecuación material de Tarski para las definiciones de verdad, el principio de que "*A*" es verdad si *A* (de ahora en adelante (*V*)).

(i) El principio de bivalencia

He sostenido que algunas de las interpretaciones propuestas de valores intermedios de sistemas polivalentes son tales que los valores "verdadero" y "falso" permanecen (mutuamente exclusivos) y conjuntamente exhaustivos. Se dice a veces, más radicalmente, que las lógicas polivalentes nunca violan verdaderamente PB, sino que inevitablemente lo conservan en una forma disfrazada.

Por ejemplo Quine considera la sugerencia de que tomar "*f*" y "*m*" podría considerarse sencillamente como maneras distintas de ser falso (ver Dummett [1959]). Quine hace objeciones a esta sugerencia, pues si v = verdad y $f = m$ = falsedad, y se define la falsedad como la verdad de la negación, entonces si la negación va a ser una función de verdad, la ley de la doble negación debe perderse. De modo que:

> Intentemos lo que intentemos, la lógica trivalente sigue fiel a su forma de ser; es un rechazo de la dicotomía clásica verdadero falso, o de la negación clásica. ([1970], p. 84.)

También se puede refutar esta sugerencia desde otro ángulo. Si "*f*" y "*m*" deben contar los dos como "falso" es inexplicable por qué las fbf que toman "*f*" o "*m*" o uniformemente "*m*" para todas las asignaciones a sus variables, no deberían ser contadas como contradicciones. Y sin embargo "*m*" no está antidesignada en la lógica de tres valores de Bochvar o Lukasiewicz.

Pero esta respuesta podría provocar una contrasugerencia. ¿No preserva inevitablemente PB la lógica polivalente aunque de forma disfrazada, por el camino de la diferenciación entre los valores designados y antidesignados?[2] (una fbf que toma solamente valores designados (parecidos a la verdad) es una tautología; por analogía una fbf que toma solamente valores antidesignados (parecidos a falsos) es una contradicción (ver Rescher [1969], pp. 82-83). En contra de esta sugerencia se podría argumentar lo siguiente. Primero, no es necesario el caso de que todo valor de un sistema polivalente sea designado o antidesignado; en muchos sistemas de este tipo el (los) valor(es) intermedio(s) no es (son) ni uno ni el otro. De modo que aunque se identifique designado con "verdadero" y "antidesignado" con "falso" no se tendría PB. Segundo, en una lógica de tres valores como la de Lukasiewicz hay una buena razón por la que el valor medio no puede ser ni designado ni antidesignado. Si "*m*" fuese designado se seguiría que el resultado inaceptable "$p \,\&\, \sim p$" que toma "*m*" cuando $| p | = | \sim p | = m$, podría tener un valor designado (verdad) y si "*m*" fuese antidesignado se seguiría el resultado inaceptable de que "$p \vee \sim p$" que toma "*m*" cuando $| p | = | \sim p | = m$ podría tener un valor (falso) antidesignado.

Sin embargo se puede estar de acuerdo en que dado un sistema polivalente en el cual los valores fuesen interpretados de tal manera que fuese plausible que cada valor fuese designado o antidesignado, también *sería* plausible pensar que se conserva

---

[2] Sugerencia hecha por el profesor Anscombe.

PB de forma disfrazada. Pero es verosímil designar o antidesignar *todos* los valores sólo cuando éstos son interpretados de tal forma que nos inclinemos a decir que la distinción verdadero/falso permanece exhaustiva, por ejemplo sólo en los casos que he expuesto arriba donde ya he sugerido que PB quedaba preservado.

(ii) La ley de tercio excluso

Muchos filósofos emplean las expresiones "ley de tercio excluso" y "principio de bivalencia" de manera intercambiable o dan por hecho que estos principios son equivalentes. Taylor, por ejemplo, [1962] habla del principio de que cualquier sentencia es verdadera, o si no es verdadera, falsa, es decir "p v $\sim p$".

Sin embargo quiero distinguir entre las cuestiones:

(*a*) si toda fbf del sistema es verdadera o falsa (si PB se da)

y

(*b*) si "p v $\sim p$" es un teorema del sistema (si LTE se da).

No doy ninguna importancia particular al uso de la terminología "PB" y "LTE" para marcar esta diferencia; lo adopto sólo porque lo usan los (p. ej. van Fraassen, Lambert, MacCall) que prestan cuidado de la distinción. No hago ninguna afirmación acerca de la historia de esta terminología; sobre esta cuestión Routley [1969].

Lo que *es* importante es que la respuesta a (*a*) pueda ser negativa y la respuesta a (*b*) afirmativa. Esto podría surgir:

(*i*) en un sistema polivalente donde solamente se designa un valor y a "p v $\sim p$" se le asigna ese valor hasta cuando $| p | = | \sim p | = m$ (tal matriz no carecería enteramente de motivación —ver la asignación de Lukasiewicz de v a "$p \rightarrow p$" para $| p | = m$).

(*ii*) en algunos sistemas no veritativo-funcionales en los cuales a algunas fbf no se les asigna ni "verdadero" ni "falso", pero en los que se asigna a "p v $\sim p$" verdadero hasta cuando no se le asigna a "p" ni verdadero ni falso, aunque no se asigne a "p v q" verdadero si a los miembros de la disyunción no se les asigna "verdadero" ni "falso". (Las semánticas sobrevaloradas de van Fraassen son de este tipo.)

A la inversa: la respuesta a la pregunta (*a*) puede ser afirmativa y la respuesta a (*b*) negativa. Por ejemplo LTE no es un teorema del sistema de tres valores de Kleene ($| p$ v $\sim p |$ para $| p | = | \sim p | = u$ es u). Pero si, como sostuvimos arriba, se entiende "v" como "certamente verdadero", "f" como "ciertamente falso" y "u" como "verdadero o falso pero sin decidir cual de los dos", PB aparece como verdadero en este sistema.

Se debe observar que no es un asunto sencillo decir si estos principios son o no son verdaderos en un sistema. Es relativamente fácil decir si un sistema tiene una matriz característica de dos valores o solamente una polivalente; pero es difícil decidir, caso de que el sistema sea polivalente, si los valores intermedios deben contar como valores de *verdad* y si por consiguiente se abandona PB. Es fácil decir si la fbf "p v $\sim p$" es un teorema del sistema o no; pero es difícil decidir si la analogía entre "v" y "$\sim$" del sistema en cuestión y los clásicos "v" y "$\sim$" es suficientemente fuerte para justificar la inferencia de que LTE es (no es) un teorema del sistema.

Pero de todos modos LTE y PB son principios distintos, y de hecho cualquiera puede ser verdadero en un sistema sin que el otro lo sea también. PB y LTE están relacionados sin embargo de la siguiente manera. Si LTE es un teorema del sistema y si el esquema de Tarski (V) se da para ese sistema, también se da PB. De modo que:

(1)	$Vp \equiv p$	(V)
(2)	$p \vee \sim p$	(LTE)
(3)	p	suposición
(4)	Vp	(1), (3); df de "$\equiv$" y MPP
(5)	$\sim p$	suposición
(6)	$V \sim p$	(1) $\sim p/p$, (5) df de "$\equiv$" y MPP
(7)	$Vp \vee V \sim p$	(4) introducción de v
(8)	$Vp \vee V \sim p$	(6) introducción de v
(9)	$Vp \vee V \sim p$	(2), (3), (5), (7), (8) eliminación de v
(10)	$Vp \vee Fp$	(9) df de "F".

Así que ahora pregunto si se puède esperar que (V) sea cierto para una lógica polivalente.

(iii) El esquema (V)

Tarski sostiene en [1931] que la definición semántica de la verdad implica lo que él llama la ley del tercio excluso, esto es, el principio:

$$(x)\,(x \in Vr \vee \bar{x} \in Vr)$$

("para toda sentencia x, o x pertenece a la clase de sentencias verdaderas o la negación de x pertenece a la clase de sentencias verdaderas") –que yo llamo PB.

De hecho parece que se puede derivar PB no sólo de la definición semántica de la verdad sino también del esquema (V) de Tarski:

(1)	$V p \equiv p$	
(2)	$p \supset V p$	(1) df de "$\equiv$"
(3)	$\sim p \supset V \sim p$	(2) $\sim p/p$
(4)	$\sim V p \supset \sim p$	(2) $\vdash (p \supset p) \supset (\sim q \supset \sim p)$
(5)	$\sim V p \supset V \sim p$	(3), (4) $\vdash (p \supset q) \supset ((q \supset r) \supset (p \supset r))$
(6)	$\sim \sim V p \vee V \sim p$	(5) por df. de "v"
(7)	$V p \equiv \sim \sim V p$	$\vdash p \equiv \sim \sim p$, Vp/p
(8)	$V p \vee V \sim p$	(6), (7) sustitución por equivalente
(9)	$V p \vee F p$	(8) por definición de "F"

((8) es, naturalmente, diferente sólo en notación de la formulación de la bivalencia de Tarski).

Tarski pretendía que el esquema (V) fuese una condición de suficiencia material; es decir, que debería ser implicado por cualquier definición de la verdad que se considere suficiente. Así, si es aceptable la derivación de PB de (V) se sigue que el rechazo de la bivalencia implica el rechazo de (V) y por tanto una modificación bastante considerable de las teorías clásicas de la verdad.

Sin embargo Putnam sostiene lo contrario. Declara haber demostrado en [1957] que

(*a*) hay algunas propiedades "esenciales" de "verdadero" y "falso" en la lógica de dos valores que

(*b*) son preservadas cuando se usa "verdadero" y "falso" en la lógica de tres valores y que

(*c*) también caracterizan el valor intermedio, el "medio" de la lógica de tres valores, y así justifica su afirmación de ser un valor de verdad.

Por consiguiente debo considerar sus argumentos.

El primer hilo conductor del significado del "núcleo esencial" del significado de "verdad" es su carácter de *no temporalidad*. Esto es, se debe suponer que "verdadero" y "falso" tienen, como Putnam dice que es usual, la característica de que si alguna vez se aplican a un enunciado siempre se aplican a él y este "medio" siempre comparte esta característica. El procedimiento de Putnam parece bastante discutible, empieza afirmando que *demostrará* que "verdadero" tiene un núcleo esencial de significado que se preserva en la lógica de tres valores pero inmediatamente continúa *suponiendo* que "verdadero" en la lógica de 2 y 3 valores carece de tiempo. Peor aún, es dudoso que esta suposición sea correcta. Es sostenible que si se dice que un enunciado *sin tiempo* es verdadero, entonces se tiene que decir que el enunciado siempre fue y siempre será verdadero. Pero no se sigue que este "verdadero"

no tenga tiempo (igualmente, no se sigue que "azul" sea un predicado invariable del hecho de que si uno llama a un objeto "invariable de color" "azul" en un momento dado, entonces se le tenga que llamar "azul" en todo momento). Putnam quizá esté suponiendo que "enunciado" debe ser utilizado de tal forma que los enunciados no tengan tiempo, y que "verdadero" se debe aplicar sólo a enunciados para que el uso de "verdadero" fuese temporalmente invariable. Pero, en primer lugar, la palabra enunciado no está restringida a ítems sin tiempo (p. ej. Prior [1957]); y en segundo lugar, la motivación para restringir de tal manera "enunciado" generalmente surge de la convicción de que verdadero no tiene limitación de tiempo, y no se puede usar para apoyar esa convicción.

Putnam no solamente no logra establecer el carácter sin tiempo de "verdadero" en la lógica de dos valores, sino que tampoco logra ofrecer algún argumento en apoyo de porqué "verdadero" debería retener esta característica en una lógica de tres valores o porqué "medio" debe compartirlo. Y no hay ninguna razón para dudar de estas dos afirmaciones. Porque Łukasiewicz tenía la intención de que su sistema (que es el que Putnam discute) fuese una formalización de la solución de Aristóteles al problema del fatalismo; de modo que las sentencias que el sistema tenía que manejar eran específicamente sentencias con tiempo, y las sentencias que debían tomar el valor intermedio eran específicamente sentencias con tiempo, y las sentencias que debían tomar el valor intermedio eran específicamente sentencias de contingente futuro. De modo que en la interpretación original del mismo sistema que Putnman discute no se suponía que "verdadero" o "falso" o "medio" se aplicaban sin tiempo.

Mucho más interesante es lo siguiente. El segundo hilo conductor del alegado "núcleo esencial" al cual apelaba la última sección del trabajo de Putnam es que "verdadero" en las lógicas de 2 y 3 valores satisface el esquema (*V*) de Tarski. Esta pretensión es sorprendente en vista del argumento antes mencionado que aparentemente demuestra que se puede derivar PB de (*V*) y que por eso el rechazo de PB traería consigo el rechazo de (*V*).

¿Cómo puede Putnam, en vista de este argumento, sostener que el esquema (*V*) todavía se sostiene hasta en la lógica de tres valores? Se puede observar que el argumento emplea principios –la definición de "A v B" como "$\sim A \supset B$" en la línea (6), y la ley de la doble negación en la línea (7)– que no se sostendrían en una lógica de tres valores. Ninguno de los dos principios es válido en el sistema de Bochvar por ejemplo, y solamente es válido el segundo en el de Łukasiewicz.

Así, si se supusiese que un *meta*-lenguaje en lugar de un lenguaje clásico es más apropiado a un lenguaje objeto de tres valores, entonces, ya que la prueba de PB sobre (*V*) sería bloqueada, se podría retener (*V*).

Exponiéndolo de otra manera: si se piensa que el predicado "verdadero" tal como se aplica a la lógica de tres valores tiene él mismo tres valores, de forma que ostentara la matriz.

V	A
v	v
m	m
f	f

entonces el esquema (V) se verificará:

V	A	$\equiv$	V
v	v	v	v
m	m	v	m
f	f	v	f

Pero si se piensa que el predicado "verdadero" tal y como se aplica a la lógica de tres valores tiene dos valores, tendría la matriz:

V	A
v	v
f	m
f	f

o

V	A
v	v
v	m
f	f

entonces el esquema ($\dot{V}$) no se verificará:

V	A	$\equiv$	A
v	v	v	v
f	m	f	m
f	f	v	f

V	A	$\equiv$	A
v	v	v	v
v	m	f	m
f	f	v	f

Que uno escoja "V" de dos o tres valores dependerá de la manera en que se interpreta el valor de verdad medio. Si, por ejemplo, se interpreta "m" como "indeterminado" se fijaría $| VA | = f$ para $| A | = m$. Si se interpretase como "indecidible" se podría fijar $| VA | = m$ para $| A | = m$.

No puedo entonces aceptar la afirmación de Putnam de forma puramente general. Sólo tengo el derecho de concluir que aún si un sistema de tres valores se deshace de PB, *puede* todavía ser consistente con (V) si la interpretación deseada de su tercer valor es tal como para motivar una "V" de tres valores.

Las consecuencias de la adopción de una lógica no estandard para la teoría de la verdad no son entonces francas ni obvias. Cuánta modificación de los conceptos clásicos de verdad y falsedad será necesaria dependerá del sistema no estandard en cuestión. Pero se puede sacar algunas conclusiones de las consideraciones antes mencionadas.

Puede que la adopción de un sistema polivalente no sea inconsistente con PB: la

interpretación del (los) valor (es) intermedio (s) puede (n) ser tal (es) como para dejar que "verdadero" y "falso" sean mutuamente exhaustivos. Este puede ser el caso si, pero no sólo si, la interpretación es tal como para motivar la designación o antidesignación de todos los valores.

PB y LTE son principios distintos, y cualquiera de los dos puede ser vardadero en un sistema y el otro falso. Sin embargo si LTE es un teorema de un sistema y (*V*) se da para ese sistema, PB se tiene que dar también.

Si (*V*) es verdadero en un sistema, PB también será verdadero en él, *a menos que* la interpretación del (los) valor (es) intermedio (s) del sistema sea tal como para motivar la adopción de un metalenguaje no clásico, en cuyo caso (*V*) puede ser vardadero pero PB falso.

SEGUNDA PARTE

4 Futuros contingentes

El "problema de los futuros contingentes" suministró la motivación para una de las investigaciones pioneras de la lógica polivalente. Lukasiewicz escribe:

> Puedo suponer sin contradicción que mi presencia en Varsovia en cierto momento del año que viene, p. ej. el 21 de diciembre a mediodía, no se determina en este momento ni positiva ni negativamente. Por consiguiente es posible, pero no necesario, que esté en Varsovia en la fecha y el momento dicho. Basándome en esta suposición la proposición "Estaré en Varsovia el 21 de diciembre del año que viene" no puede ser en este momento ni verdadera ni falsa. Porque si fuese verdadera ahora, mi presencia futura en Varsovia tendría que ser necesaria, lo cual es contradictorio con la suposición. Si, por otro lado, fuese falsa, mi presencia futura en Varsovia sería imposible, lo cual también sería contradictorio con la suposición. Por consiguiente la proposición considerada es por el momento *ni verdadera ni falsa,* y debe poseer un tercer valor diferente de "0" falsedad y "1" verdad. Este valor podemos designarlo por "$\frac{1}{2}$". Representa "lo posible" y se junta a "lo verdadero" y "lo falso" como un tercer valor.
> El sistema de tres valores de la lógica proposicional debe su origen a este pensamiento.
>
> ([1930], p. 53.)

Este pensamiento es antiguo. Lukasiewicz se inspiró en Aristóteles. Una versión aparece en Diodoro Crono, otra en discusiones medievales y posteriores de las consecuencias de la omniscencia de Dios. Y el argumento, aunque antiguo, continúa vivo por ejemplo en las numerosas discusiones de Taylor [1962].

1. EL ARGUMENTO DE ARISTOTELES: EXPOSICION

Un argumento como el que sugirió a Łukasiewicz la construcción de una lógica de tres valores se puede encontrar en *De Interpretatione ix.* La interpretación de este pasaje es discutible. Pero muchos, incluyendo a Ross, Bochenski, los Kneale, Prior y Cahn encuentran ahí el agumento que encontró Łukasiewicz; creo que esta interpretación es verosimil.

Para la presente empresa más importante que la interpretación de Aristóteles es la cuestión de si el argumento atribuido correcta o incorrectamente a Aristóteles es consistente y si nos lleva a la necesidad de una lógica modificada. Por consiguiente, aunque ofrezca apoyo textual para mi interpretación de Aristóteles, no dedicaré mucho tiempo al estudio de interpretaciones rivales.

Aristóteles parece sostener lo siguiente:

(1) Si cada sentencia en tiempo futuro es verdadera o falsa, entonces de cada pareja que consista en una sentencia en futuro y su negación, una debe ser verdadera y otra falsa.
(2) Si, de cada pareja que consiste en una sentencia en futuro y su negación una debe ser verdadera y otra falsa, entonces todo lo que ocurre, ocurre por necesidad.
(3) Pero no todo lo que ocurre ocurre por necesidad, algunos acontecimientos son contingentes.
∴ (4) No toda sentencia en tiempo futuro es verdadera o falsa.

Claramente este argumento es válido. Pero al mismo tiempo los argumentos de Aristóteles para las premisas, particularmente (2), requieren examen.

Premisa (1)

Puede parecer enigmático porqué Aristóteles piensa que necesita un argumento elaborado para establecer esto. Pero la necesidad se hace clara con el argumento mismo. Aristóteles observa que en el caso de sentencias generales y sentencias que predican algo de un individuo, si cada sentencia debe ser verdadera o falsa, entonces de cada pareja compuesta por una sentencia y su negación una debe ser verdadera y la otra falsa. (18 a 30-2). Pero con sentencias que predican algo de algunos pero no de todos los miembros de una clase este no es el caso. (18 a 32-3). Esto es así presumiblemente porque parejas como:

Algunos hombres son blancos

y

Algunos hombres no son blancos

pueden ser verdad las dos. Así que Aristóteles necesita un argumento que demuestre que las sentencias en el futuro y sus negaciones no pueden ser verdad ambas ni falsas ambas de modo que si ambas tienen un valor de verdad una es verdadera y la otra falsa, pues no quiere decir con "negación" lo que quiere decir el lógico moderno que garantiza que una sentencia y su negación son contradictorias, sino algo co-

mo "la sentencia que niega el predicado del sujeto". Aristóteles prosigue para argumentar (18a 39-40) que una sentencia y su negación no pueden ser ambas verdad y (18b 17-25) que no pueden ser ambas falsas.

De modo que si tales sentencias tienen un valor de verdad estos valores deben ser opuestos. Pero mientras que Aristóteles está seguro de que las sentencias en el tiempo pasado y presente son bivalentes (18a 28-30), no está seguro de que este sea el caso con las del tiempo futuro (18a 32–3).

Premisa (2)

Si las sentencias en tiempo futuro son bivalentes, entonces lo que ocurre, ocurre necesariamente:

> es necesario que la afirmación o la negación sea verdadera. Por consiguiente, nada es ni sucede ni será o no será por azar o eventualmente sino todo por necesidad y no como la suerte lo quiere.
>
> (18a 44–8)

Dos argumentos se dan para esta premisa, el primero en 18b 9–16:

> si es blanco ahora, era verdad decir antes que sería blanco; de modo que siempre era verdad decir de algo ocurrido que sería así. Pero si siempre era verdad decir que era así, que sería así, no es posible que no sea o que no vaya a ser. Pero si algo no puede no ocurrir es imposible que no ocurra. Por consiguiente, todo lo que será ocurre necesariamente.

La estructura de este argumento parece ser:

(i) Si "*e* está ocurriendo" es verdadero [falso] "*e* ocurrirá" fue siempre verdadero [falso].

(ii) Si "*e* ocurrirá" fue siempre verdadero [falso], *e* no puede no ocurrir [no puede ocurrir].

(iii) Si *e* no puede no ocurrir [no puede ocurrir], es necesario [imposible] que *e* ocurra.

Así (iv) Si "*e* ocurrirá" fue siempre verdadero [falso], *e* es necesario [imposible].

El segundo argumento en 18b 34-8 es elaborado a partir del primero:

> no hay nada que impida que alguien haya dicho hace diez mil años que esto ocurrirá y que otro lo haya negado; de modo que ocurrirá por necesidad aquel de los dos sucesos que fue dicho con verdad entonces

Sin embargo, como observa Aristóteles (18b 38–40 y 42-44), no es estrictamente relevante el hecho de si se dijo entonces la sentencia en tiempo futuro, ni cuándo se dijo. Y este argumento vuelve al primero y por consiguiente me concentraré en lo que sigue.

Premisa (3)

Pero Aristóteles sostiene que no es el caso de que lo que ocurre ocurra necesariamente:

> por lo general en cosas que no están siempre en acto existe la posibilidad de ser y no ser; aquí las dos posibilidades están abiertas, el ser y el no ser, y por consiguiente, el llegar a ser y el no llegar a ser. Muchas cosas son obviamente como esta.
>
> (19a 7–23)

Este argumento dice que si todo lo que ocurre *fuese* necesario [imposible], entonces la deliberación y la acción humanas con el objetivo de impedir o hacer que ocurra algún acontecimiento no tendría sentido; pero la acción humana *puede* afectar lo que ocurre y, por consiguiente, no puede ser el caso que todo lo que ocurre es necesario, ni que todo lo que no ocurre es imposible.

Conclusión

Puesto que las sentencias en tiempo futuro son verdaderas o falsas, lo que ocurre, ocurre necesariamente, por tanto, Aristóteles concluye que las sentencias en tiempo futuro no pueden ser verdaderas o falsas:

> Claramente entonces, no es necesario que de toda afirmación opuesta, una debería ser verdadera y, la otra, falsa. Porque lo que se da para cosas que son, no se da para cosas que no son pero posiblemente podrían ser o no ser.
>
> (19a 39–42)

Una sentencia:

> Con estos [futuros contingentes] es necesario que uno u otro de los contradictorios sea verdadero o falso.
>
> (19a 35–6)

que podría ser considerada inconsistente con esta interpretación, es demostrada por el comentario que le sigue inmediatamente:

> aunque no sin embargo esta o la otra sino eventualmente; o que una sea verdadera *en vez* de la otra, y aunque no verdadera o falsa *ya*
>
> (18a 36–8)

que se podría explicar de la siguiente manera: *es* necesario que una u otra de una sentencia en futuro y su negación *resulte* verdadera, pero no es necesario que una en particular sea la que resulte así; como tampoco es verdad una de ellas *ya*

Comentarios

No pondré en duda aquí la premisa (1) o la (3), aunque la (3) es un poco dudosa. Me concentraré en la premisa (2) ya que es central para los argumentos fatalistas de Aristóteles y otros.

Por ejemplo, la larga tradición (de Boethius a Pike [1965]) de argumentos a favor del fatalismo que sostienen la presencia de Dios hasta la verdad presente de sentencias en tiempo futuro y de ahí su necesidad, emplea centralmente lo que es en esencia el argumento de Aristóteles para la premisa (2). (Ver Haack [1974] para una exposición más detallada de estos argumentos).

Demostraré que este crucial argumento de Aristóteles es inválido y que, por lo tanto, sus temores como los de los demás de que se debe abandonar la bivalencia si queremos asegurarnos la libertad, no tienen base.

Se puede ver el error en el argumento al examinar los pasos (ii) y (iii) en su forma esquemática (p. 84):

> ii) Si "*e* ocurrirá" siempre fue verdadero [falso], *e* no puede no ocurrir [no puede ocurrir]
>
> (iii) Si *e* no puede no ocurrir [no puede ocurrir], es necesario [imposible] que *e* ocurra

El primero de estos pasos es verdad si se interpreta como

> (ii) ' L (Si "*e* ocurrirá" es verdadero [falso] entonces *e* ocurrirá [no ocurrirá])

de modo que se tome el "no puede" que aparece en el consecuente como correspondiendo a la "L" que rige el condicional *entero*: "necesariamente (si ... entonces no ocurrirá)" = "si ... entonces no puede ocurrir". Pero en el segundo paso, el consecuente de este condicional con su "no puede" justificado por la necesidad del condicional entero, está separado; y esto es ilegítimo. El argumento sería válido solamente si la inferencia de

$$L\,(p \supset q)\ \text{a}\ p \supset Lq$$

fuese válida. Pero no lo es, es un craso error modal. Si este es el argumento de Aristóteles, es inválido. Y si su argumento es inválido no existe, como él pensó, la necesidad de modificar la lógica.

Dos preguntas surgen inmediatamente: ¿cuán plausible es esto como interpretación del argumento de Aristóteles? y ¿existe *otra* interpretación de su argumento que sea razonablemente plausible y que lo haga válido?

Esta es, pienso, bastante plausible como *una interpretación del argumento de Aristóteles en 18b 9–16.* Pero tiene una seria desventaja más tarde, en *De Interpretatione ix* Aristóteles parece esforzarse para prevenirse contra ciertos errores modales, uno de los cuales es precisamente el que, según esta interpretación, Aristóteles ha cometido. El pasaje pertinente es 19a 23–36. La primera parte de este pasaje:

> Lo que es, cuando lo es, necesariamente es; y lo que no es, cuando no lo es, necesariamente no es. Pero no todo lo que es, necesariamente es; y, no todo lo que no es, necesariamente no es. Porque, decir que todo lo que es, cuando lo es, lo es por necesidad, no es lo mismo que decir incondicionalmente que lo es por necesidad.

parece indicar la invalidez de la referencia de

$L\,(p \supset p)$ ("lo que es, cuando es, necesariamente es") a

$p \supset Lp$ ("todo lo que es necesariamente es")

Y si este *es* el sentido del pasaje sería curioso que Aristóteles usase poco tiempo después esta misma forma de inferencia. Además, esta interpretación está apoyada por el hecho de que el pasaje que le sigue inmediatamente:

> Todo necesariamente es o no es, será o no será; pero no se puede dividir y decir que una u otra es necesaria

se podría leer como una advertencia contra otro error modal, el de pasar de

$L\,(p \vee q)$ a $Lp \vee Lq$.

Sin embargo, es posible interpretar el pasaje difícil (19a 23–8) de otra manera, esta vez más consistente con el error modal que atribuyo a Aristóteles diciendo que *una vez que un acontecimiento ha ocurrido* es necesario, es decir: irrevocable, aunque no todos los acontecimientos son necesarios, es decir: inevitables, antes de que ocurran.

Así que es posible interpretar a Aristóteles como lo he hecho sin *verse obligado* a suponer que emplea una forma de inferencia que muy poco tiempo después afirma (correctamente) ser inválida.

Todavía queda determinar si hay otra interpretación posible. Tal vez se pueda encontrar un indicio de una posible interpretación alternativa en la afirmación discutida a veces con verosimilitud en la literatura sobre el tema de que el fatalismo es una verdad lógica inofensiva. Ayer, por ejemplo, escribe:

> el reconocimiento de *la tautología de que lo que será, será* no es una razón para concluir que nuestras actividades son vanas. De hecho, también son lo que son y sus consecuencias serán lo que serán, pero no se sigue... que fuesen lo que fuesen sus consecuencias serían las mismas. De modo que la respuesta al fatalista es que su duende es un fraude.
>
> ([1956], p. 170, las cursivas son mías)

Esto sugiere un punto de vista alternativo: de hecho, hay un argumento válido para el fatalismo, pero la conclusión de ese argumento no es, como pensó Aristóteles, una tesis inconsistente con la amplitud de la acción humana, sino una perogrullada completamente inofensiva. Los argumentos de Ayer sugieren que la interpretación apropiada del razonamiento de Aristóteles tomaría en consideración el hecho de que se da analíticamente el caso de que no se puede prevenir lo que ocurre.

Quizás entonces se podría reinterpretar el argumento así: si es verdadero [falso] que *e* ocurrirá, entonces *e* es inevitable, porque no puede ser impedido [imposible, porque no puede ser producido]. De modo que si es verdadero o falso que *e* ocurrirá, *e* es totalmente inevitable o imposible, es decir: no se puede impedir o no se puede producir. Lo primero a considerar es que incluso si la interpretación es tal que hace el argumento de Aristóteles válido, *aún* mostrará una necesidad para un cambio de lógica. La sugerencia es que su conclusión es *verdadera*, de hecho lógicamente verdadera. Si esto es así, la conclusión puede ser aceptada, de modo que el argumento no constituiría una *reductio* de PB.

De todas formas, debo argumentar que esta interpretación, aunque puede *parecer* dar un argumento válido, de hecho entra en conflicto con la primera interpretación. Para esta interpretación también puede mostrarse que envuelve la falacia modal que he diagnosticado en la primera. Las afirmaciones de que

(1) Si *e* ocurrirá, no puede ser impedido

y

(2) Si *e* no ocurrirá, no puede ser producido

son admisiblemente verdad. Pues si *e* ocurre, nada podría contar como impedimento. Así (1) y (2) son verdaderas porque las más débiles afirmaciones

(3) Si *e* ocurrirá, no será impedido

y

(4) Si *e* ocurrirá, no será producido

son (lógicamente) necesarias. Así si (1) = *L* (3), y (2) = *L* (4): "Si *e* ocurrirá, entonces no puede ser impedido" es equivalente a "necesariamente, si *e* ocurrirá, entonces *no será* impedido"; y de manera similar para (2) y (4). Pero esto significa que el argumento no es de la forma (válida)

$$p \supset Lq$$
$$\sim p \supset Lr$$
$$p \vee \sim p$$
$$\therefore\ Lq \vee Lr$$

sino de la forma *inválida*

$$L\,(p \supset q)$$
$$L\,(\sim p \supset r)$$
$$p \vee \sim p$$
$$\therefore\ Lq \vee Lr$$

Como dice Ayer, el que si *e* ocurrirá no será impedido y si no ocurrirá no será producido, son perogrulladas completamente inofensivas. Pero la conclusión del argumento reinterpretado, esto es, no que *e no será* impedido o *no será* producido, lo cual es también una perogrullada, sino que *e no puede ser* impedido o *no puede ser* producido, no es una perogrullada inofensiva.

Afirmo, por tanto, que una interpretación alternativa que haga válido el argumento de Aristóteles pero su conclusión inofensiva, no es posible; lo que parece como tal una interpretación se vuelve incompatible con la primera interpretación que hace la conclusión de Aristóteles fuerte pero su argumento inválido.

Hay además razones generales que pueden llevarnos a pensar que no podrían ser encontradas interpretaciones del argumento de Aristóteles que fuesen *a la vez* válidas *y* tuviesen una conclusión no trivial. Pero la única suposición que Aristóteles usa es el Principio de Bivalencia. Esto es así porque si su *reductio* fuera aceptada, la única conclusión posible a extraer sería la que él hace extraer, a saber, que la lógica debe ser cambiada. Pero si el argumento de Aristóteles es válido y si su única suposición es puramente lógica, su conclusión debe ser puramente lógica también; y si su conclusión no es puramente lógica, debe ser inválida.[1]

[1] Cahn ve esto. Pero desafortunadamente responde, no reconociendo que el argumento de Aristóteles no puede crear una necesidad para un cambio de lógica, sino trazando una distinción que yo encuentro muy confusa entre una versión analítica y una sintética de la ley de tercio excluso.

Sería entonces plausible concluir, independientemente de mi intento de demostrar que el argumento de Aristóteles es inválido, que ninguna interpretación de su argumento podría ser dada tal que porporcione una razón para un cambio de lógica; ya que si se pudiese encontrar alguna interpretación en la cual el argumento fuese válido, su conclusión, basándose en esa interpretación, sería una que se pudiera aceptar con ecuanimidad y no una en que fuese necesario cambiar la lógica para evitar complicaciones. Sin embargo, este argumento no es completamente concluyente en el contexto de un argumento en el cual el posible resultado es el rechazo de un principio lógico aceptado anteriormente. Porque en el caso, por ejemplo, de las antinomias de teoría de conjuntos, un argumento aparentemente válido de premisas aparentemente verdaderas lleva a contradicción forzando la conclusión de que las premisas no pueden haber sido lógicamente verdad después de todo. Pero si tiene algo de verosimilitud.

2. EL PROBLEMA ACERCA DE LOS PORTADORES DE VERDAD

He rechazado el argumento de Aristóteles porque implica una falacia modal.

Se ha pensado a veces, y Kneale lo sostiene [1962], que se debería rechazar el argumento de Aristóteles por razones muy distintas porque se basa en un error acerca de los portadores de verdad y falsedad. Ya he sostenido (en el cap. 3) que hay razones generales para pensar que este tipo de maniobra por lo general no tiene éxito. Y así ocurre en este caso. Es instructivo ver lo que está equivocado.

La Sra. Kneale escribe:

> El argumento de Aristóteles es imperfecto porque considera a los predicados "verdadero" y "falso" como aplicables a algo (probablemente una sentencia) en un cierto tiempo. Lo que le deja perplejo es que podamos decir *ahora* que habrá una batalla naval mañana. Pero el "ahora" es superfluo... Al introducir la frase "es verdad que" no suponemos nada acerca del determinismo que no se haga al usar una sentencia sencilla en tiempo futuro. Sin embargo nos equivocamos cuando hablamos, como hace Aristóteles, de que sea verdad *ahora* que habrá una batalla naval mañana, porque de ese modo nos induce a suponer que *esto* no será verdad mañana por la tarde cuando haya terminado la batalla, sino que alguna otra afirmación lo sera, p. ej. "Ha habido una batalla naval hoy". Aquí claramente hablamos de dos *sentencias* distintas, pero ambas expresan la misma proposición.
>
> ([1962] p. 51)

Parte del problema que tiene este pasaje es que no está muy claro exactamente cual *es* el diagnóstico del error de Aristóteles. Algunas sentencias sugieren que el diagnóstico es el siguiente: Aristóteles erróneamente supone que los predicados "verdadero" y "falso" pueden ser aplicados significativamente a sentencias (con

tiempo), mientras que de hecho solamente pueden ser aplicadas significativamente a proposiciones (sin tiempo). La premisa de Aristóteles de que "habrá una batalla naval mañana" es verdadera o falsa, es por consiguiente disparatada y su argumento no se sostiene. Si este es el diagnóstico, es erróneo. En primer lugar, no se ofrece ningún argumento de *por qué* es disparatado aplicar "verdadero" o "falso" a sentencias; y la única que sugiere el pasaje es la utilizada por Strawson en [1952] p. 4, de que si se puede llamar significativamente a las sentencias "verdaderas" o "falsas, se seguiría que algunas veces son verdaderas y otras falsas, lo cual es totalmente no concluyente. (Véase Lemmon [1966] o Haack [1970], si esto no es obvio). Y, en segundo lugar, de hecho es reconocido (p. 53) que "verdadero" o "falso" *pueden* ser aplicados significativamente, aunque de manera derivada, a las sentencias.

Quizás entonces el diagnóstico es, no que "verdadero" no se puede aplicar a sentencias, sino que no se puede aplicar "verdad ahora" a sentencias. Basándose en este informe, el "error" de Aristóteles fue haber usado "verdadero" en sentencias, en lugar de proposiciones y, por consiguiente, el haber supuesto erróneamente que "verdad ahora" es una locución util. Sin embargo, si se concediese que "verdadero" se aplica principalmente a proposiciones y que las proposiciones cambian de valores de verdad no se seguiría que no se podría usar significativamente "verdad ahora", pues si una proposición es verdadera es, según la tesis del no cambio de los valores de verdad, siempre verdadera. Y si una proposición es siempre verdadera, es verdadera *ahora* en particular.

Quizás el diagnóstico final no es que "verdad ahora" no tenga sentido, sino que es engañoso, porque es *el* responsable de la preocupación acerca del fatalismo, lo cual no hubiese surgido si Aristóteles hubiese permanecido simplemente en el tiempo futuro. Según esto, el "error" de Aristóteles sería el haber supuesto que "es verdad ahora que habrá una batalla naval mañana" significa algo más que "habrá una batalla naval mañana" en virtud de lo cual aquella, pero no la afirmación en tiempo futuro, trae consigo el fatalismo. Pero en realidad las dos sentencias son lógicamente equivalentes. Sin embargo, este diagnóstico del error de Aristóteles es inadecuado, pues, para evitar la fuerza de su argumento, sería por lo menos necesario demostrar que "habrá una batalla naval mañana" no trae consigo el fatalismo; ya que de otro modo un partidario de Aritóteles podría contestar que puesto que "es verdad ahora que habrá una batalla naval mañana" trae consigo el fatalismo, si resulta que "habrá una batalla naval mañana" es lógicamente equivalente a lo anterior, entonces esto último debe traer consigo el fatalismo también.

De modo que el intento de demostrar que el argumento de Aristóteles se basa en un error acerca de los portadores de verdad es infructuoso como sugieren las consideraciones generales vistas en el cap. 3. Sin embargo, la última interpretación del diagnóstico de la Sra. Kneale plantea una pregunta interesante.

3. ¿UNA INSUFICIENCIA EN LA SOLUCION DE ARISTOTELES?

La cuestión es, si la solución de Aristóteles –que es rechazar PB pero aceptar

LTE– es adecuada a su (supuesto) problema; porque, aunque su argumento utiliza PB en lugar de LTE ¿no se podría reconstruir utilizando solamente el segundo?; y si se pudiese, no demostraría esto que si se hubiesen aceptado los argumentos de Aristóteles, tanto LTE como PB hubiesen estado amenazados?

Resulta que se puede formular un argumento que parece ser tan bueno como (o por lo menos no peor que) el de Aristóteles, usando LTE en vez de PB. Porque

Si *e* [no] ocurrirá, *e* no puede no ocurrir [ocurrir]

esto es

L (Si *e* [no] ocurrirá, entonces *e* [no] ocurrirá)

es como la premisa que utiliza Aristóteles

Si "*e* ocurrirá" es verdadero [falso], *e* no puede no ocurrir [ocurrir]

esto es

L (Si "*e* ocurrirá" es verdadero [falso], entonces *e* [no] ocurrirá)

es verdadera; y entonces parece que Aristóteles podría haber derivado la conclusión de que *e* es o necesario o imposible tanto de

e ocurrirá o no ocurrirá (LTE)

como de

e ocurrirá es verdadera o falsa (PB)

En vista de esto, la cuestión de si se puede salvar la solución de Aristóteles requerirá más atención.

4. LA INSUFICIENCIA DE LA SOLUCION DE LUKASIEWICZ

He sostenido que Aristóteles *no* da una buena razón para suprimir la bivalencia y, por tanto, que no se requiere ningún cambio de lógica, al menos por lo que se refiere a los futuros contingentes. Pero puede valer la pena de todos modos señalar que aún si se aceptase el argumento de Aristóteles, la lógica de tres valores de Lukasiewicz que fue diseñada para subsanar la dificultad de Aristóteles sería insuficiente.

Aristóteles llega a la conclusión de que las sentencias de futuros contingentes no son ni verdaderas ni falsas, aunque la disyunción de una sentencia y su negación es

invariablemente verdad de manera necesaria (19a 41–4). Se debe dejar PB pero retener LTE. Pero es evidente que mientras la propuesta de Łukasiewicz encarna la primera propuesta (algunas sentencias no son ni verdaderas ni falsas, sino intermedias), no encarna la segunda (LTE no es un teorema ya que $|p \vee \sim p| = i$ cuando $|p| = |\sim p| = i$).

Tampoco se puede remediar fácilmente esta insuficiencia. Se podría retener LTE si la matriz para disyunción se cambiase de forma que $|p \vee q| = v$ cuando $|p| = |q| = i$, *o* si "*i*" fuese designado también como "*v*". Pero ambas modificaciones tendrían el siguiente efecto secundario: "*p* v *q*" tomaría un valor designado cuando $|p| = |q| = i$, y esto seguramente sería contrario a las intenciones de Aristóteles. No existen pruebas que demuestren que Aristóteles pensase que *toda* disyunción de contingentes futuros fuese verdad; pensaba solamente que la disyunción de una sentencia de futuro contingente y *de su negación* era verdad a pesar de la falta de valor de verdad de sus disyuntos.

Una propuesta alternativa

Estas consideraciones sugieren que cualquier sistema apropiado para formalizar las conclusiones de Aristóteles tendría que ser no veritativo-funcional. Tal sistema permitiría, lo que Quine se refiere como la fantasía por parte de Aristóteles de que LTE se daría aunque PB fracasase. De hecho sostendré que si se hubiese dado el caso de que el argumento de Aristóteles pidiese un cambio de lógica, entonces la lógica apropiada sería la de van Fraassen y no la de Lukasiewicz.

Aunque los lenguajes presuposicionales de van Fraassen fueron creados principalmente no para la formalización de la solución de Aristóteles al supuesto "problema" de los futuros contingentes, sino para la formalización de una solución principalmente de Strawson al problema de los términos que no denotan, resulta que tiene las mismas características que requiere la posición de Aristóteles.

Porque estos lenguajes permiten que algunas sentencias no sean ni verdaderas ni falsas aunque asignen "*v*" a todas las sentencias, incluyendo LTE, a las cuales se asignaría "*v*" según las valuaciones clásicas. LTE se salva sin embargo sin tener que dar como efecto secundario un valor designado a *todas* las disyunciones de disyuntos sin valor de verdad: porque aunque a "*p* v ~ *p*" se asignara "*v*" según todas las valoraciones clásicas, a "*p* v *q*" se asignaría "*v*" según algunas y "*f*" según otras y por consiguiente no se le asigna *ningún* valor por una sobrevaloración.

Van Fraassen afirma que sus lenguajes son apropiados para los huecos de valor de verdad más que para los valores de verdad intermedios. Y parece claro que si esta afirmación fuese aceptable, sería un punto a favor de ser apropiada para la posición de Aristóteles. La discusión de Aristóteles lleva hacia la conclusión de que las sentencias de futuros contingentes no tienen ningún valor de verdad en vez de llevar a la conclusión de que tienen algún valor de verdad *intermedio*. Pues en vista de su argumento "habrá una batalla naval mañana" y "no habrá una batalla naval mañana" no pueden ser ambas falsas:

> si ni será ni no será el caso mañana, entonces no hay ninguna "eventualidad". Tomemos por ejemplo una batalla naval, no tendría ni porqué ocurrir ni porqué no ocurrir.
>
> (18b 24–6)

Aristóteles probablemente rechazaría la sugerencia de que "Habrá una batalla naval mañana" es indeterminada basándose en que si lo fuese se seguiría que la batalla naval sería *necesariamente* indeterminada.

Como sostuve en el cap. 3 las razones que da van Fraassen para decir que sus lenguajes son apropiados para los huecos de valor de verdad son insuficientes. Pero ocurre que estas razones son más fructuosas en el presente caso. Según Aristóteles las sentencias de futuros contingentes todavía no tienen, pero eventualmente tendrán, valores de verdad; y de este modo las sobrevaloraciones cuyo principio es que a una sentencia cuyos componentes no tienen valor de verdad debería asignársele un valor (si es que hay un valor único) el valor que se le asignaría aunque sus componentes fuesen verdaderos o falsos, parecen enteramente apropiadas.

Sin embargo en este punto surge otra cuestión. He sostenido que la lógica de Lukasiewicz es inadecuada como formalización de la solución de Aristóteles porque en ella tanto LTE como PB fracasan. Pero he sostenido anteriormente que se puede reconstruir el argumento de Aristóteles utilizando LTE como premisa en lugar de PB ¿si éste es el caso, no se justifica de algún modo a Łukasiewicz? Pues su sistema, aunque inadecuado como una formalización de la solución de Aristóteles a su propio problema, puede encarnar una solución más adecuada que la de Aristóteles.

Resulta que la sugerencia de que la solución de Aristóteles sea formalizada utilizando el sistema de van Fraassen evita este problema. En el sistema de van Fraassen la forma de inferencia

$$\frac{A \vdash C, B \vdash C}{A \vee B \vdash C}$$

fracasa, y con ella el caso especial

$$\frac{A \vdash C, \sim A \vdash C}{A \vee \sim A \vdash C}.$$

de modo que si, como se sugirió arriba, tal sistema se puede utilizar para formalizar la solución de Aristóteles, *aseguraría* que la conclusión que Aristóteles deseaba evitar sería bloqueada, aunque se sigue reteniendo LTE (¡Si se puede suponer razonablemente que Aristóteles vio esta dificultad o su solución, es otro problema!).

5. INTERPRETACIONES MODALES DEL SISTEMA DE LUKASIEWICZ

Hasta ahora no he prestado atención a la sugerencia de Łukasiewicz de que su tercer valor de verdad –que he llamado, en aras a la neutralidad, "intermedio"– debería interpretarse como "posible". Sin embargo, esta sugerencia tiene alguna relevancia para la cuestión de si el sistema de Łukasiewicz es contrario a las intenciones de Aristóteles de introducir un nuevo valor de vardad en lugar de huecos de valor de vardad. Porque no podría argumentar que "posible" no es realmente un tercer valor de verdad; ser posible no es una tercera alternativa a la par con ser verdadero o ser falso.

Sin embargo parece ser que Lukasiewicz *si* consideró "posible" como un tercer valor de verdad. "Este ["intermedio"], escribe, "representa "lo posible" y se une a "lo verdadero" y a "lo falso" como un tercer valor." Y si se interpreta el tercer valor de Lukasiewicz como él propone surgen dificultades substanciales. Entre ellas la siguiente: ya que $| p \ \& \sim p | = i$ cuando $| p | = | \sim p | = i$, parece que se debe considerar $| p \ \& \sim p |$ como posible si sus miembros son individualmente posibles; una consecuencia completamente inaceptable.

Prior sugiere, en [1953], una manera más plausible de interpretar el sistema de Lukasiewicz como modal, definiendo operadores modales dentro de él. M ("posible") recibe la tabla de verdad[2]

M	A
v	v
v	i
f	f

y

$LA = \text{df.} \sim M \sim A$ ("necesario")
$CA = \text{df.} MA \ \& M \sim A$ ("contingente")
$IA = \text{df.} L \sim A$ ("imposible")

dando las tablas de verdad

L	A
v	v
f	i
f	f

C	A
f	v
v	i
f	f

I	A
f	v
f	i
v	f

[2] Tarski ha señalado que "MA" se puede definir como "$\sim A \supset A$" que tiene esta tabla de verdad.

Como lógica modal este sistema tiene características un tanto raras que, sin embargo, no son totalmente inesperadas en vista de la prueba de Dugundji de que la lógica modal estandard no tiene ninguna matriz finita característica. Una sentencia es necesaria solamente en el caso de que sea verdadera, imposible en el caso de que sea falsa, contingente sólo en el caso de que sea intermedia. Así que se podría objetar que esta interpretación del sistema borraría las diferencias modales por completo. Pero esta sería una objeción. arrolladora ya que la fuerza del argumento de Aristóteles de ser válido, hubiese sido precisamente demostrar que lo que es verdadero es necesario (etc.).

Por consiguiente la sugerencia de Prior es de modo razonable fructuosa como intento de hacer más aceptable el sistema de Łukasiewicz. Pero en vista de esto es curioso encontrar que Łukasiewicz mismo llegó a pensar que su sistema "modal" de tres valores estaba equivocado y propuso en su lugar una lógica modal de cuatro valores.

> Si aceptamos con Aristóteles que algunos acontecimientos en el futuro, por ejemplo una batalla naval, son contingentes, entonces una proposición acerca de tales acontecimientos anunciados hoy no puede ser ni verdadera ni falsa. Sobre la base de esta idea... construí en 1920 un sistema modal de tres valores desarrollado más tarde en un trabajo de 1930. Veo hoy que este sistema no satisface todas nuestras intuiciones acerca de modalidades y debería ser reemplazado por el sistema $Ł_4^m$.
>
> ([1957], pp. 166-7)

Afirma que este nuevo sistema,

> rebate todas las inferencias falsas sacadas en conexión con la lógica modal, explica las dificultades de la silogística modal aristotélica y revela algunos datos lógicos inesperados que son de mucha importancia para la filosofía.
>
> ([1957], p. 169)

Las matrices de $Ł_4^m$ están formadas como el producto de la matriz para el cálculo proposicional clásico por si mismo. Sus valores de verdad son pares ordenados de valores de verdad clásicos:

$$1 = <v, v>$$
$$2 = <v, f>$$
$$3 = <f, v>$$
$$4 = <f, f>$$

Dos functores M y W, ambos representando posibilidad, son entonces introducidos:

$$M<n_1, n_2>=<n_1, v>$$
$$W<n_1, n_2>=<v, n_2>.$$

El argumento de Łukasiewicz de porqué se necesitan 2 functores para la posibilidad es el siguiente: si "A es contingente" se define como "A es posible y no–A es posible" entonces dada la tesis de que "si algo es verdad en A y también verdad en la negación de A, entonces es verdad en cualquier proposición arbitraria B", se sigue que no puede haber proposiciones contingentes verdaderas. Para evitar esto se definen dos tipos de contingencia en términos de dos tipos de posibilidad: X-contingencia (para "A es M-posible y A es W-posible") y Y-contingencia (para "A es W-posible y A es M-posible"). En estos sentidos de contingencia puede haber proposiciones contingentes verdaderas.

Estos argumentos revelan que $\mathrm{L}_4^{\mathrm{m}}$ debe fracasar *como* lógica modal convencional *y* como lógica modal "aristotélica". En primer lugar está claro que el principio que Lukasiewicz da por sentado, que

si δA y $\delta \sim A$, entonces δB,

es aceptable sólo para functores que son *veritativo-funcionales*. Y "posible", que no satisface este principio no es, como se entiende normalmente, una función de verdad. Por consiguiente es poco probable que se acepte $\mathrm{Ł}_4^{\mathrm{m}}$ como una lógica modal sencilla, precisamente porque la insistencia en este principio fuerza a que los operadores modales sean veritativo-funcionales.

Sin embargo podría ser como se sostuvo anteriormente que una versión veritativo-funcional de los operadores modales lleva a una lógica modal "aristotélica" apropiada. Pero $\mathrm{Ł}_4^{\mathrm{m}}$ no logra ser ni una lógica modal no convencional. Porque el argumento de Łukasiewicz para los dos operadores de posibilidad depende de la suposición de que se debe evitar la conclusión de que no hay proposiciones contingentes verdaderas. Pero una lógica modal aristotélica debería no evitar sino incluir esta conclusión. Porque el argumento de *De Interpretatione* requiere justamente esto. Una proposición contingente, si Aristóteles tuviese razón, no sería ni verdadera ni falsa. $\mathrm{Ł}_4^{\mathrm{m}}$ tiene aún menos éxito que $\mathrm{Ł}_3$.

6. CONCLUSIONES

(1) El argumento de Aristóteles de *De Interpretatione ix*, demostraría, si fuese válido, que si todas las proposiciones fuesen verdaderas o falsas, entonces se seguiría que todos los acontecimientos son necesarios y que todos los no acontecimientos son imposibles. De esta manera daría la motivación para una lógica no bivalente.

(2) Su argumento es sin embargo inválido ya que utiliza una falacia modal. Un

intento de interpretar su argumento de otra forma implica también la misma falacia modal. Aunque se podría interpretar un pasaje como demostrando que Aristóteles se da cuenta de la invalidez de esta forma de inferencia, también se puede interpretar de otra manera, consistente con mi diagnóstico.

(3) El intento de Kneale de demostrar que el argumento de Aristóteles se basa en un error acerca de los portadores de verdad es infructuoso. Pero al discutir esto se ve que

(4) la propia solución de Aristóteles a su problema que retiene LTE mientras abandona PB, puede ser insuficiente.

(5) L_3, que abandona LTE y PB, es insuficiente como formalización de la conclusión de Aristóteles, aunque se pueda interpretar con más éxito como lógica modal aristotélica. Sin embargo $Ł_4^m$ no es suficiente ni como una lógica modal convencional ni como una aristotélica.

(6) La formalización más adecuada de la solución de Aristóteles utilizaría una lógica no veritativo-funcional no bivalente parecida a los lenguajes presuposicionales de van Fraassen.

(7) Pero, ya que el argumento de Aristóteles es inválido, no se necesita ningún cambio de lógica.

5 Intuicionismo

Para el intuicionista el dogma de la validez universal del principio de tercio excluso es un fenómeno de la historia de la civilización, como la anterior creencia en la racionalidad de π o en la rotación del firmamento alrededor del mundo.

(Brouwer [1952], pp. 141-2)

1. EL PUNTO DE VISTA INTUICIONISTA DE LA MATEMATICA Y DE LA LOGICA

Los intuicionistas se presentan como críticos de la lógica clásica que sostiene como verdaderos principios para los cuales existen, según los intuicionistas, contraejemplos. Pero sería un serio error suponer que su desacuerdo con algunos principios clásicos es la base del dogma del intuicionismo. Este desacuerdo, por el contrario, es una consecuencia de una diferencia más fundamental; una diferencia acerca de la naturaleza y el estatus de la lógica misma.

Mientras que los lógicos "clásicos" sin duda difieren entre sí mismos acerca del estatus de la lógica, hay un punto en el que están de acuerdo: que la lógica es la más básica, la más general, de todas las teorías. Esta idea es crucial a la lógica de Frege y Russell; la matemática se debe reducir a la lógica y el valor epistemológico del programa está en la supuesta naturaleza *fundamental* de la última. Hasta los pragmatistas, aunque deseen tratar la lógica como una teoría como las demás, conceden que su extrema generalidad le da un estatus especial. Pero los intuicionistas piensan de otra manera. Según ellos, la matemática es primaria y la lógica secundaria: la lógica es simplemente una colección de esas reglas que se descubren como verdaderas en el pensamiento matemático de una forma *a posteriori* (Por consiguiente los intuicionistas considerarían el programa logicista como concebido arróneamente de manera irremediable).

Pero esto sólo no sería suficiente para explicar su afirmación de que algunas de las reglas de la lógica clásica no son en general verdad, pues las leyes de la lógica clásica resultan *ser* verdaderas en el razonamiento matemático clásico. Sin embargo los intuicionistas sostienen en apoyo de sus puntos de vista no usuales acerca de la lógica un punto de vista no usual acerca de las matemáticas. Su punto de vista tiene elementos de psicologismo y de constructivismo. En primer lugar los números son entidades *mentales*. Se construyen, según Brouwer, a partir de "la sensibilidad temporal". Esto parece significar una idea de distinción o pluralidad. (Brouwer: "duidad" (two-ity) adquirida gracias a la naturaleza temporal de la experiencia. Por consi-

guiente la matemática es una actividad mental y Brouwer acentúa que los formalismos matemáticos son estrictamente inesenciales, útiles únicamente para comunicar la matemática real que es mental. En segundo lugar sólo entidades matemáticas *construibles* son admitidas de modo que, por ejemplo, no está permitido que existan totalidades infinitas completadas, que no sean construibles; sólo se admiten pruebas constructivas de afirmaciones matemáticas de modo que por ejemplo una afirmación al efecto de que hay un número con tal y tal propiedad se puede probar solamente si un número con esa propiedad es construible.

Este punto de vista acerca de la naturaleza de la matemática tiene una consecuencia radical: no toda la matemática clásica es de manera intuicionista aceptable. Y de esta restricción de la matemática se sigue una restricción de la lógica; se encuentra así que algunos principios de la lógica clásica no son universalmente válidos. Por ejemplo el principio de tercio excluso (LTE) tiene contra-ejemplos.

Así que se puede representar la estructura de la crítica intuicionista de la lógica clásica de la siguiente manera:

(1) Un punto de vista constructivista y subjetivista de la matemática

apoya la tesis de que

(2) algunas partes de la matemática clásica son inaceptables,

y con

(3) un punto de vista de la lógica como descripción de las formas válidas del razonamiento matemático

apoya la tesis de que

(4) algunas partes de la lógica clásica son erróneas.

La raíz del desacuerdo de los intuicionistas con la lógica clásica es profunda.

Por esta razón se puede demostrar que una reacción natural menos profunda omite un elemento importante del intuicionista. A menudo se reconoce el atractivo del constructivismo, pero considera innecesario e indeseable permitir que afecta a la lógica; se piensa que sería suficiente ser constructivista únicamente acerca de la matemática. Esta situación parece, para alguien que no comparta el punto de vista de los intuicionistas acerca del estatus de la lógica, como si se recomendase que la lógica se hubiera de modificar para poder arreglarselas con las paradojas de la teoría de conjuntos: seguramente cualquier modificación necesaria podría reducirse a la teoría de conjuntos. Pero esta reacción sería inaceptable para los intuicionistas, porque se basa en la suposición de que se debería modificar en la teoría menos fundamental en lugar de en la teoría más fundamental, y la matemática es menos fundamental

que la lógica. Los intuicionistas niegan esto último. De ahí que el comentario de Quine:

> uno puede practicar y hasta predicar un grado considerable de constructivismo sin adoptar la lógica intuicionista. La teoría constructivista de conjuntos de Weyl es casi tan antigua como el intuicionismo de Brouwer, y utiliza la lógica ortodoxa; se hace constructivista únicamente en sus axiomas de existencia de conjuntos... se pueden reconciliar los escrúpulos constructivistas con la conveniencia y la belleza de la lógica clásica.
>
> ([1970], p. 88.)

no es plenamente satisfactorio. Naturalmente, si se rechaza el punto de vista intuicionista del estatus de la lógica, se puede simpatizar con el constructivismo y al mismo tiempo rechazar su crítica de la lógica clásica, pero para que esté justificado adoptar esta posición se requiere un argumento en contra de su concepción de la lógica o de su concepción de la matemática o de ambas. Esto no quire decir que no haya ningún interés en investigar qué partes de la matemática clásica se pueden retener consistentemente con el constructivismo; al contrario, el muy considerable interés que hay por esta cuestión es suficientemente mostrado por la simpatía que muchos matemáticos y filósofos de las matemáticas (por ejemplo Poincaré, Kronecker, Borel, Lebesgue, Russell en su discusión de definiciones impredicativas) sienten por el constructivismo. Y los problemas que hacen surgir las paradojas de la teoría de conjuntos y el teorema de Gödel dan más incentivo a este programa. Pero el aspecto que me interesa ahora es que para descubrir si hay algo relativo a nuestro tema en las críticas intuicionistas de la lógica clásica sería incorrecto simplemente dar por sentado un punto de vista no intuicionista del estatus de la lógica que tendría la consecuencia de poder acomodar los escrúpulos constructivistas sin cambiar la lógica.

2. LA CRITICA INTUICIONISTA DE LA LOGICA CLASICA

Es necesario ver exactamente porqué los intuicionistas piensan que ciertas "leyes" clásicas fracasan. Esto se hace más claro con un examen del argumento de Brouwer en contra del principio de tercio excluso.

Brouwer llama a una propiedad F de los números naturales, una propiedad *huidiza* si

> (*a*) para cada número natural se puede decidir o que posee F o que no puede poseer F

pero

(*b*) no se conoce ningún método para calcular un número que es F

y

(*c*) no se sabe que la suposición de que haya tal número lleve al absurdo.

Entonces, según Brouwer,

Un número natural que posee F o existe o no puede existir

que es su interpretación de que

$$(\exists x)\, Fx \vee \neg(\exists x)\, Fx$$

deja de ser verdad.

Puede que no sea posible ni construir un número con F ni probar que un número tal puede ser construido. La derivación de una contradicción de la suposición de que no hay tal número no contará, según las normas intuicionistas, como demostración de que hay tal número porque en su punto de vista acerca de la naturaleza de los objetos matemáticos un número existe únicamente si es construible. Por consiguiente en estas circunstancias no es verdad que el número existe o no existe. Y esto es un contra-ejemplo del principio del tercio excluso.

Es algo ambiguo si el principio es falso o carente de valor de verdad. El argumento de Brouwer sugiere que ambos miembros de la disyunción "$(\exists x)\, Fx$" y "$\neg(\exists x)\, Fx$" son falsos y por consiguiente la disyunción completa y lo dice explícitamente al menos en [1952]. Esta misma posición sería apoyada por el comentario de Heyting de que decir que un número existe significa lo mismo que decir que ha sido construido.

Pero existen evidencias para otra interpretación. Menger objeta que desde un punto de vista intuicionista tal definición como

L = el mayor número primo tal que $L - 2$ sea también primo o
$L = 1$ si no existe tal número

se convertiría en definición propia en cuanto se resolviese el problema de los gemelos primos, dejando de lado la embarazosa cuestión de si $L = 1$ era verdad antes del descubrimiento de la solución; Heyting replica [1966], p. 4) que este supuestamente embarazoso problema tiene sentido sólo dada la suposición metafísica que el intuicionista rechaza de que existe un campo independiente de entidades matemáticas. Esta respuesta sugiere que en la ausencia de pruebas constructivas de lo anterior o

de una prueba por *reductio* de lo último, Heyting consideraría ridículo atribuir "verdadero" o "falso" a "$(\exists x)\, Fx$" y "$\neg$" $(\exists x)\, Fx$"[1].

El principio del tercio excluso, por supuesto, fracasa de ambos modos. Pero la cuestión de si la afirmación de que el principio es a veces falso o a veces sin valor de verdad es de importancia para otro asunto muy interesante: si la lógica intuicionista es un rival o solamente un suplemento de la lógica clásica; porque en la primera interpretación la crítica intuicionista parece depender de una interpretación idiosincrática del operador de negación como formador de contrarios –en lugar de operador formador de contradicciones.

3. LOGICA INTUICIONISTA ¿RIVAL O SUPLEMENTO?

Puesto que piensan que el lenguaje matemático es inesencial para la matemática, simplemente constituye un aparato para registrar y comunicar, los intuicionistas también piensan que la formalización de las reglas lógicas válidas es un asunto de importancia secundaria. Por consiguiente no existe una sino varias lógicas intuicionistas. De éstas, los cálculos de Heyting y Johanson son, quizás, los candidatos más serios para el título de lógica intuicionista. De estos dos, el cálculo de Heyting es la formalización más generalmente aceptada de los principios lógicos que admiten los intuicionistas. (Examinaré después si esto es justo.) El mismo Heyting acentúa, no obstante la naturaleza provisional de su lógica; está seguro de que todos los principios que admite son intuicionistamente aceptables, pero no está seguro de que sólo los principios que admite sean aceptables.

En lo que sigue se debería tener en cuenta por consiguiente la aseveración de que el cálculo de Heyting puede que no sea una formalización enteramente adecuada de los principios lógicos válidos intuicionistas.

El cálculo de Heyting suministra sin embargo una excelente ilustración de las dificultades discutidas en el capítulo 1 de decidir si un sistema no estandard es un rival o un suplemento de la lógica clásica.

Algunos escritores (por ejemplo Quine [1970], pp. 87-9; Hackstaff [1966], página 221; Nelson [1959], p. 215) han argumentado que la lógica intuicionista no es realmente un sistema rival como sostienen sus proponentes los cuales piensan que son críticos radicales de la lógica clásica, pues según dicen, las constantes lógicas intuicionistas difieren en significado de las que en lógica clásica son su contrapartida. Otros escritores (por ejemplo Kneale [1962], Parsons [1971]) piensan que no se puede desviar la crítica intuicionista simplemente alegando variación de significado.

Parte del problema reside en el hecho de que los que apelan a la variación de sig-

[1] Esta interpretación aclara la motivación de la lógica intuicionista sin negación de Griss, en la cual todas las expresiones son verdaderas o están mal formadas (véase Griss [1944]).

nificado difieren acerca de donde tuvo lugar el cambio de significado. McCall atribuye la desviación de los intuicionistas a las idiosincrasias de la doctrina intuicionista de la negación ([1970]). Esta reacción es natural en vista de la evidencia de que Brouwer tomase ambos miembros de la disyunción de algunas instancias de "$A \vee \neg A$" como falsas, y por consiguiente debe estar usando "$\neg$" como operador de formación de contrarios; también apoya esto su interpretación de "$(\exists x) Fx \vee \neg (\exists x) Fx$" como "un número que posee F existe o *no puede* existir".

Pero las cuestiones no son realmente tan sencillas. Por un lado es posible interpretar la crítica de LTE de otro modo (los miembros de la disyunción pueden carecer de valor de verdad en vez de ser ambos falsos). Por otro, si existe idiosincrasia en la interpretación de las constantes por parte de los intuicionistas, seguramente va más allá de las conectivas. Brouwer y Heyting algunas veces interpretan cómo un número ha sido construido... y Heyting dice explícitamente en [1961] que los intuicionistas han restringido el significado del cuantificador existencial. Aquí es donde localiza Quine [1970] la variación de significado.

La dificultad se hace más aguda cuando uno mira las traducciones sugeridas del cálculo de Heyting. De hecho se puede interpretar el cálculo como una extensión de la lógica clásica. Gödel sugirió una manera de hacer esto: si las conectivas clásicas "$\vee$", "$\supset$" y "$\equiv$" se definen de la manera usual clásica en términos de conjunción y negación intuicionista de modo que:

$$p \vee q = \text{df. } \neg_1 (\neg_1 p \,\&_1\, \neg_1 q)$$
$$p \supset q = \text{df. } \neg_1 (p \,\&_1\, \neg_1 q)$$
$$p \equiv q = \text{df. } (p \supset q) \,\&_1\, (q \supset p)$$

entonces todos los teoremas clásicos más los teoremas en la disyunción, implicación y equivalencia *intuicionistas*, se pueden derivar en la lógica de Heyting. Sería tentador concluir que lo que la lógica intuicionista aporta como extensión de la lógica clásica es que incluye algunos operadores sentenciales nuevos. Pero hay algo curioso en esto, pues uno de los argumentos sobre el cambio de significado se centraba en la negación intuicionista, sin embargo esta interpretación proyecta directamente la negación intuicionista sobre la clásica. Todavía queda un desacuerdo a pesar del acuerdo acerca de los teoremas. El intuicionista no acepta que el argumento que va de A a B es válido sii "$\neg_1 (A \,\&_1\, \neg_1 B)$" es lógicamente verdadero, porque "$\neg_1 (A \,\&_1\, \neg_1 B)$" no equivale a "$A \rightarrow_1 B$" (ver van Fraassen [1969], p. 80).

Otra posibilidad es interpretar el cálculo de Heyting como lógica modal. Así, si:

$$m(A) = LA \text{ (para sentencias atómicas)}$$
$$m(A \vee_1 B) = m(A) \vee_c m(B)$$
$$m(A \,\&_1\, B) = m(A) \,\&_c\, m(B)$$
$$m(\neg_1 A) = L \sim_c m(A)$$
$$m(A \rightarrow_1 B) = L(m(A) \supset_c m(B))$$

se puede demostrar que una fbf es válida en el cálculo de Heyting sii su traducción es válida en S_4 (ver Fitting [1969]).

Esta traducción tampoco preserva todas las relaciones de deductibilidad. Y aunque tiene la ventaja sobre la sugerencia anterior de que no dispensa la negación intuicionista de la variación de significado, la traducción que ofrece de "$\neg_1$" no es la que sugiere la interpretación de Brouwer.

Naturalmente, si se traduce homofónicamente el cálculo de Heyting, interpretando todas sus conectivas como sus contrapartidas, clásicas, parece ser, como dijo Heyting, una restricción, y no una extensión, de la lógica clásica. Y en vista de la variedad y la dudosa satisfactibilidad de las traducciones no homofónicas, no parece correcto afirmar que *todos* estos supuestos desacuerdos de los intuicionistas con la lógica clásica se puedan justificar. Las consideraciones de significado –como sostenía que serían en el cap. 1– son inadecuadas para justificar tal peso. Parsons resume la situación admirablemente:

> sería demasiado ingenuo tomar [el desacuerdo acerca de LTE] como un desacuerdo acerca de un único enunciado cuyo significado es claramente el mismo. Por otro lado no se estaría de acuerdo en tomar "verbal" en el sentido de que cada uno puede formular lo que el otro quiere decir de tal manera que el desacuerdo desaparezca.
>
> ([1971], pp. 152-3.)

4. VALORACION DE LA CRITICA INTUICIONISTA

He sostenido que se debería tomar en serio la afirmación de los intuicionistas de llamarse a sí mismos críticos de la lógica clásica: pues el desacuerdo no es soluble por referencia a la variación de significado. De modo que se necesita comprobar si sus críticas de la lógica clásica están justificadas.

Ya que este criticismo tiene su base en la concepción poco corriente que tienen los intuicionistas de la matemática y de la lógica, parece ser esencial asentar la defendibilidad de estos puntos de vista antes de poder dar un veredicto. Afortunadamente, sin embargo, se pueden hacer comentarios sobre la adecuabilidad de su crítica sin recurrir a consideraciones de tan alto grado de generalidad.

Un elemento crucial en la filosofía intuicionista es su constructivismo. Pero hasta ahora, –deliberadamente– no he aclarado cuándo se debe considerar a un número como "construible". Me parece que es casi imposible eliminar esta vaguedad. Las posibles interpretaciones de construible varían desde la muy restrictiva a la muy tolerante. La más restrictiva, permisibilidad de existencia a un número solamente si en realidad ha sido construido por el "sujeto creador", es apoyada por algunos comentarios de Brouwer y Heyting acerca del carácter peligroso de la comunicación interpersonal de informes de la actividad matemática, por la imperfección del lenguaje

matemático como descripción del pensamiento matemático. Una descripción más generosa, que permitiría que un número existiese con tal que hubiese sido construido por un miembro de la comunidad matemática, todavía impondría una restricción temporal. La respuesta negativa de Heyting a la pregunta de Menger de si "$(\exists x) Fx$" era verdad *antes* de que un número con la propiedad F fuese construido, apoya la restricción a construcciones actualmente efectuadas.

Pero está perfectamente claro que si fuese propuesta cualquiera de estas interpretaciones, la parte de matemáticas intuicionistas aceptable estaría muy limitada. Y en [1961] Heyting sostiene que el intuicionista no debería limitarse a construcciones actualmente efectuadas, porque hacerlo significaría limitar parte aceptable de las matemáticas a teoremas concernientes a números naturales realivamente pequeños. Esta es una curiosa clase de argumento usada por un intuicionista, pues los intuicionistas son excepcionales entre las escuelas de filosofía de la matemática por su insistencia en que esas partes de la matemática clásica que no se pueden justificar en sus términos deben ser abandonadas como ilegítimas; mientras que los formalistas o los logicistas dan por sentado que una filosofía aceptable debe proveer de fundamentos a toda la matemática clásica. De modo que uno podía haber esperado que un intuicionista decidiese sobre las construcciones permisibles independientemente de cuánta matemática clásica fuese permitida por cualquier forma de constructibidad que escogiese.

Sin embargo Heyting propone permitir además:

(1) construcciones actualmente efectuadas

(2) métodos generales de construcción

y

(3) construcciones hipotéticas.

Mientras (1) es suficiente para la prueba de teoremas afirmativos sobre números naturales pequeños, (2) y (3) se requieren para la prueba de teoremas *generales* o negativos. El ejemplo de Heyting es la prueba de

$$\vdash \neg(2 + 2) = 5$$

que sería:

(*i*) y (*ii*) construcción del número 2

(*iii*) construcción de 2 + 2

(*iv*) construcción de 5

(*v*) *construcción hipotética* de una correspondencia 1 – 1 entre los resultados de (*iii*) y (*iv*)

(*vi*) *método general* para deducir una contradicción de (*v*).

(2) y (3), sostiene también, se requerirían para la prueba de un teorema general como

$$\vdash a + b = b + a$$

La dificultad aquí es que ambas (2) y (3) requieren que se de algún sentido a construcción posible pero no actual. Esta extensión crea algunos problemas. Si permite más que las construcciones actualmente efectuadas, el intuicionista es vulnerable a objeciones embarazosas del finitista estricto. Igual que el intuicionista critica al matemático clásico porque está implicada una metafísica incomprensible en la suposición de que un número podría existir aun cuando fuese imposible, aun en principio, construirlo, de la misma forma el finitista estricto criticaría al intuicionista por permitir que un número podría existir aunque su construcción fuese demasiado larga o complicada para llevarla a cabo (ver Dummet [1970], p. 1).

Además el sentido de "posible construcción" está muy lejos de ser claro. Los intuicionistas no están de acuerdo entre ellos mismos sobre cuál debería ser el correcto sentido de "posible construcción" Griss, por ejemplo, entiende "posible construcción" con más restricciones que Heyting porque niega la posibilidad de construcciones hipotéticas. Piensa que uno no puede tener un concepto claro de una suposición que eventualmente se prueba que es un error [1944]. En consecuencia la duda es achacada al método de *reductio ad absurdum*: supóngase *p*... entonces *q* y no *q*... de modo que no *p*. Porque si *p* es imposible, como resulta ser, no se estaba suponiendo nada coherente desde el principio. El resultado es una lógica extremadamente restringida y libre de negación (ver de Jongh [1949] y Gilmore [1953]. Heyting también manifiesta una cierta intranquilidad sobre su construcción hipotética de una correlación $1 - 1$ entre $2 + 2$ y 5. Al demostrar la negación de una proposición *p*, dice, se describe una construcción que satisface parte de las condiciones impuestas por *p*, pero entonces se demuestra que viola otra parte.

Sin embargo, se podría sugerir que, aunque la noción de una "posible construcción" no es aclarada satisfactoriamente por Heyting, se puede aclarar identificándola con lo *efectivamente decidible* en el sentido técnico de Church. Esta identificación no está sugerida por la historia de la decidibilidad ya que cuando Brouwer se convirtió en el primer crítico de la matemática clásica (en su disertación doctoral de 1907) no se había propuesto todavía la tesis de Church. Sin embargo parecía prometerla.

La propuesta de interpretar la noción crucial de posible construcción es hecha por Kleene en [1945]. La idea básica es que el intuicionista entiende "$(\exists x)\, Fx$" por ejemplo como una comunicación incompleta de un enunciado que actualmente nos da un *x* que es *F*, y "$(x)\, Fx$" como una comunicación incompleta de un método general efectivo para encontrar para cualquier *x* la información que completa la comunicación "Fx" para esa *x*.

Explotando la tesis de que los métodos efectivos generales son los recursivos y el

hecho de que ya que las funciones recursivas pueden ser enumeradas, se pueden identificar con un entero via numeración godeliana, Kleene define *representabilidad recursiva* de la siguiente manera: un número natural *e representa* una fórmula cerrada p de teoría de números (esto es, es el número de una construcción que "completa" p) si:

1. p es una fórmula atómica: $e = 0$ y p es verdadera (esta cláusula hace uso del hecho de que los predicados aritméticos primitivos son decidibles).
2. p es de la forma A & B: $e = 2^a \cdot 3^b$ donde a representa A y b representa B.
3. p es de la forma A v B: $e = 2^0 \cdot 3^a$ donde a representa A ó $e = 2^1 \cdot 3^b$ donde b representa B.
4. p es de la forma $A \supset B$: e es el número Gödel de una función recursiva parcial ϕ de una variable tal que cuando a representa A, $\phi(a)$ representa B.
5. p es de la forma $\neg A$: e representa $A \supset 1 = 0$.
(A, B cualquier fórmula cerrada.)
6. p es de la forma $(\exists x) F(x)$: $e = 2^x \cdot 3^a$ donde a representa $F(x)$.
7. p es de la forma $(x) F(x)$: e es el número Gödel de una función recursiva general ϕ de una variable tal que, para todo x, $\phi(x)$ representa $F(x)$.
(x es una variable, $F(x)$ una fórmula que contiene libre sólo x.)

Kleene ha demostrado que *todas las fórmulas que se pueden probar en la aritmética intuicionista son representables por un "e" arbitrario.*

Sin embargo, Rose ha demostrado [1953] que *no se da el caso de que únicamente las fórmulas demostrables en la aritmética intuicionista son representables.*

De modo que parece que el sentido que dan los intuicionistas de construible es más fuerte que lo que permite esta interpretación. (Y no viceversa como afirmaba Mostowski en [1960] p. 96.) Y esto apoya la conclusión de que el intento de Kleene de precisar el concepto intuicionista de construibilidad desafortunadamente fracasa.

Heyting, según pienso, no encontraría esta conclusión sorprendente porque comenta varias veces que no se puede definir "construibilidad" sino que se debe tomar como primitiva (ver por ejemplo [1959] donde usa un argumento derivado de Peter [1959] para ver que cualquier definición que usara un cuantificador existencial a su vez necesitaría la noción de posible construcción para *su* explicación). Heyting sugiere que se considere "construcción posible" como defendida explícitamente por los principios de la lógica intuicionista.

Pero me parece que hay una dificultad inevitable en este procedimiento. La motivación para la restricción impuesta por la lógica intuicionista era que permitía sólo esos principios que se dan en la matemática constructivista. El argumento en contra de LTE, por ejemplo, era que, dados los estandards constructivistas de pruebas, al-

gunas veces ni "$(\exists x)\, Fx$ ni "$\neg (\exists x)\, Fx$" podrían ser verdaderos. Pero si lo que cuenta como posible construcción no se define independientemente de la lógica intuicionista, este tipo de motivación sería imposible.

Esta dificultad resulta visible cuando uno mira los propios comentarios de Heyting sobre sus axiomas. El siente la necesidad de ofrecer alguna justificación para uno de sus axiomas, el último:

$$X \vdash \neg p \rightarrow (p \rightarrow q).$$

Es bastante significativo por sí mismo que Heyting encontrase que sólo este axioma necesitase justificación. Y la justificación que ofrece es muy curiosa:

> Puede que el axioma X no sea intuitivamente claro. De hecho añade una precisión de la definición de implicación. Recordaremos que se puede afirmar $p \rightarrow q$ si y solamente si poseemos una construcción que, añadida a la construcción p, prueba q. Ahora supóngase $\neg p$, entonces hemos deducido una contradicción de la suposición de que p fuese llevada a cabo. Entonces, en un sentido, esto puede considerarse como una construcción que cuando se une a una prueba de p (que no puede existir) lleva a una prueba de q.
>
> ([1966], p. 102.)

Aunque Heyting representa el axioma X como añadiendo simplemente una extensión del sentido de "implica", lo que significa verdaderamente este añadido es que sea extendido el sentido de construcción de modo que una construcción de p más una derivación de una contradicción de la suposición de que hay tal construcción, debe contar como construcción de q. Pero el sentido extendido de "construcción" es tan liberal que no parece típicamente intuicionista. Ahora bien, naturalmente los axiomas de Heyting definen implícitamente "construible", esta sería una objeción absurda a hacer. Pero también en ese caso es difícil ver como los comentarios de Heyting podrían justificar el incluir el axioma.

Si se abandona el décimo axioma, el sistema que resulta es el "cálculo minimal" de Johanson. Kolmogorow propuso en [1905] un sistema equivalente al cálculo minimal como formalización de las ideas de Brouwer. Kolmogorow había comentado que el axioma X de Heyting

> no tiene y no puede tener una base intuitiva.
>
> ([1925], p. 421.)

En vista de que la "justificación" de Heyting es inadecuada, este comentario es, según creo, válido. El cálculo minimal representa el conjunto de fórmulas válidas intuicionistamente mejor que el cálculo de Heyting. Heyting diría que el cálculo minimal simplemente formaliza un sentido de "construcción" ligeramente distinto pero posible de todos modos. Pero si se aceptase esto, sería inexplicable porqué Heyting no admite que la lógica clásica formaliza otro sentido también posible.

Para resumir. La crítica intuicionista de la lógica clásica depende de una noción de "construcción posible" que se puede interpretar de muchas maneras. Si se interpreta estrechamente, las partes de la matemática clásica que se considerarían aceptables son muy restringidas, demasiado restringidas para que las aceptasen muchos intuicionistas. Si se interpreta más ampliamente, el intuicionista se hace vulnerable a las críticas del finitista estricto análogas a sus propias críticas de los matemáticos clásicos. Además, cómo especificar exactamente una interpretación más amplia crea problemas, la sugerencia más prometedora, una interpretación en términos de decibilidad efectiva, resulta ser más amplia que lo que desean los intuicionistas. Y la sugerencia de Heyting de que la construcción posible puede ser definida implícitamente por sus axiomas fracasa, porque si se aceptase haría muy obscura la motivación para el rechazo intuicionista de algunos principios.

Las críticas que he hecho se centran en la noción de construibilidad la cual, he sostenido, no se hace precisa y no puede consistentemente hacerse precisa con las visiones tradicionales intuicionistas sobre qué partes de la matemática son aceptables. Pero aunque estas críticas hacen algo de mella al intuicionismo tradicional, dejan abierta la cuestión de si los puntos de vista intuicionistas sobre el estatus de la lógica y la matemática han de ser aceptadas, si se interpretase la construibilidad en términos de realizabilidad ¿no sería todavía posible algo *parecido* a la crítica intuicionista de la lógica clásica?

Para rechazar esta sugerencia sería necesario atacar lo más básico del intuicionismo –la tesis de que las entidades matemáticas no existen independientemente o la tesis de dependencia de la lógica de la matemática. Así que me propongo en la próxima sección examinar los argumentos que ofrece Dummett para apoyar la primera de estas tesis. Los argumentos de Dummett aclaran muchas cosas que son fragmentarias en trabajos intuicionistas anteriores; de modo que si se puede demostrar que son inadecuados, se puede desacreditar esta tesis.

5. UNA TEORIA INTUICIONISTA DEL SIGNIFICADO

Según Dummett:

> Los argumentos más fuertes para el intuicionismo vienen de la insistencia de que la forma general de explicación del significado, y por consiguiente de los operadores lógicos en particular, es un enunciado no de las condiciones de verdad sino de las condiciones de afirmación.
>
> ([1959 a], p. 347.)

> La forma más potente de argumento a favor de... un punto de vista constructivista es la insistencia en que no hay otros medios por los cuales podemos dar significado a las expresiones matemáticas. No hay ningún medio por el cual podríamos

> derivar... una noción de verdad y falsedad para enunciados matemáticos independientes de nuestros medios de reconocer su valor de verdad.
>
> ([1970], p. 1.)

Los argumentos de Dummett parecen ser que es preferible una teoría del significado de las *condiciones de afirmación* a una teoría del significado de las *condiciones de verdad*, y que tal teoría del significado tiene como consecuencia un punto de vista intuicionista sobre la verdad matemática.

Veamos entonces primero los argumentos de Dummett en contra de una teoría del significado de la condición de verdad (ver especialmente [1959]).

La teoría del significado de la condición de verdad no se puede dar en conjunción con una teoría de la redundancia de la verdad; pues, según la teoría de la redundancia, el significado de un enunciado S es el mismo que el significado de "es verdad que S". Por consiguiente no se puede dar el significado de S sin circularidad en términos de sus condiciones de verdad, ya que las condiciones de verdad de S son dadas a su vez en términos de S. Esta objeción se parece a un enunciado de la paradoja del análisis.

Ya que una teoría de la condición de verdad no se puede sostener con una teoría de la redundancia, debe ser apoyada por una teoría de la correspondencia, esto es, una teoría según la cual un enunciado es verdadero sólo si hay algo en virtud de lo cual es verdadero. Y esto trae consigo que una teoría del significado de la condición de verdad es aceptable sólo si, para cualquier enunciado S, hay algo en virtud de lo cual o S o su negación es verdad; sino no se podría dar significado a algunos enunciados. Aparentemente se supone que las teorías de la redundancia y de la correspondencia son las únicas teorías de la verdad disponibles, sin embargo esta suposición "realista" es falsa; muchos enunciados son tales que no hay nada en virtud de lo cual ellos o sus negaciones son verdaderos. Dummett menciona tres clases de ejemplos:

(1) Supongamos que Jones está muerto ahora y que nunca había estado en peligro durante su vida. Y supongamos que no tenemos "bases" para afirmar "Si Jones hubiese estado en peligro no hubiese actuado con valentía". El realista debe insistir, argumenta Dummett, que de todos modos debe haber algo, quizás un misterio psicológico o fisiológico llamado "carácter", en virtud del cual una de las dos sentencias "Jones era valiente" o "Jones no era valiente" es verdad. Hay razón para pensar que Dummett trata "Jones no era valiente", no como la contradictoria sino como la contraria de "Jones era valiente".

(2) Considérese ahora la sentencia "No se construirá nunca una ciudad en este lugar". Si, como afirma el realista, hay algo en virtud de lo cual es verdadera (o falsa), ese algo tendrá que ser una colección infinita de hechos: que no habrá una ciudad aquí en 1981, 1982, 1983, ..., etc. De todos modos uno no podría asegurar que habrá una ciudad aquí en el año n para algún n específico, o encontrar una prueba general de que nunca habrá una ciudad aquí. Dummett aparentemente rechazaría

evidencias ordinarias e inductivas, ya que insiste en que sólo un conjunto *infinito* de datos podría justificar "Nunca habrá una ciudad en este lugar".

(3) Si el realista va a mantener que un enunciado matemático de la forma "$(\exists x)\, Fx$" es verdadero o falso, entonces, ya que tiene que conceder que uno podría ser incapaz de construir un número que tiene la propiedad F, o de demostrar que no puede haber tal número, debe afirmar que existe una realidad matemática independiente del conocimiento humano que podamos tener de ella, en virtud de la cual "$(\exists x)\, Fx$" es verdadero o falso.

Y la posición a la cual se ve forzado el realista es, según Dummett, no sólo inverosímil, sino imposible. Si el enunciado S es verdadero, debe ser verdadero en virtud de algún hecho del tipo de esos en los que uno se cree justificado al afirmarlos. Cualquiera que afirme que S es verdadero en virtud de algún otro tipo de hecho, debe entender S en un sentido especial. La teoría del significado de la condición de verdad y la teoría de la correspondencia de la verdad, tienen la consecuencia de que algunas sentencias no significan lo que en virtud de un hecho significan. De modo que no es adecuada.

Dummett propone, por consiguiente, reemplazar la teoría de significado de la condición de verdad por una teoría del significado de la condición de afirmación: el significado del enunciado S es dado por las condiciones en las cuales se puede afirmar con justificación, y argumenta que la virtud de esta teoría es que permite que un enunciado pueda tener un sentido claro, pero no valor de verdad. Su argumento es el siguiente: el significado de una sentencia se adquiere aprendiendo las condiciones en las cuales puede ser afirmada con justificación. Pero una sentencia con condiciones de afirmación completamente definidas puede, no obstante, no ser afirmable, ni su negación tampoco. Por consiguiente la sentencia puede tener sentido sin valor de verdad.

Estos argumentos son muy ingeniosos pero no son satisfactorios según creo.

La primera cuestión que quiero tratar es ¿qué *son* exactamente condiciones de afirmación? Dummett las describe como condiciones en las cuales uno podría estar justificado al afirmar la sentencia en cuestión, y acentúa que son distintas de las condiciones de verdad, esto es, aquellas en las cuales la sentencia sería verdadera. Esto sugiere que debe mantener

(*a*) que una sentencia S puede ser verdadera pero no afirmable

o

(*b*) que una sentencia S puede ser afirmable pero no verdadera

ya que de otra forma la distinción entre afirmabilidad y condiciones de verdad estaría en peligro de desaparecer. Sin embargo la discusión de Dummett del caso (2) pone en evidencia que no permitiría (*b*); toma "Nunca se construirá una ciudad aquí"

como no afirmable a partir de la fuerza de cualquier número finito de pruebas inductivas a su favor, y así presumiblemente tiene la intención de que *S* sea afirmable solamente si hay pruebas *concluyentes*, en cuyo caso *S* será verdad. Y también parece ser que Dummett no puede permitir tampoco (*a*) porque el grueso de su ataque sobre la teoría de la condición de verdad es que una persona que insiste en que *S* es verdadero (o falso), aunque no sea afirmable (o refutable) debe entender *S* en un sentido especial.

Si se rechaza ambos (*a*) y (*b*), empieza a parecer no que Dummett ha reemplazado las condiciones de verdad por las de afirmación, sino que asimila las dos. Las condiciones de verdad y las de afirmación resultan ser equivalentes.

Pero si esto fuese correcto, surge otra cuestión. ¿Por qué, si son equivalentes, cree Dummett que una teoría de la condición de verdad no puede permitir que una sentencia tenga significado sin valor de verdad mientras que una teoría de la condición de afirmación sí? Aparentemente porque piensa que la teoría de la condición de verdad dará significado a una sentencia sólo si la sentencia tiene un valor de verdad y además porque piensa por otra parte que algunas sentencias carecen de hecho de valor de verdad.

Pero la segunda de estas afirmaciones está fuera de lugar aquí ya que la idea central del argumento era establecer justamente esto: que algunas sentencias no son ni verdaderas ni falsas. Que se está pidiendo una petición de principio está claro cuando uno recuerda la discusión de Dummett del caso (3); la afirmación de que "$(\exists x)\, Fx$" es invariablemente verdadero o falso es rechazada sobre la base de que puede que no sea posible construir un número que sea *F* o demostrar que no puede existir tal número. Pero esto es suponer lo que todavía se tiene que probar: que el punto de vista intuicionista de la matemática es correcto. Los matemáticos clásicos no estarían de acuerdo con Dummett sobre lo que *son* las condiciones de afirmación de "$(\exists x)\, Fx$"; una derivación de una contradicción de "$\neg (\exists x)\, Fx$ según él, haría que "$(\exists x)\, Fx$" fuese afirmable.

Pero aun en el caso de que estuviese garantizado que algunas sentencias no son ni verdaderas ni falsas, ¿no es cierto que una teoría de la condición de verdad podría tomar parte en la competición? El argumento de Dummett de porqué una teoría de la condición de afirmación permitiría este hecho es que la teoría del significado de la condición de afirmación dice que una sentencia es significativa si hay condiciones en las cuales *sería* afirmable. Sin embargo una sentencia con condiciones de afirmación muy definidas puede no ser afirmable y por consiguiente la teoría de las condiciones de afirmación permite sentencias significativas sin valores de verdad. Pero los mismos argumentos mostrarían que una teoría de la condición de verdad también permite esta posibilidad. La teoría de la condición de verdad dice que una sentencia es significativa si hay condiciones en las cuales *fuera* verdad. Sin embargo una sentencia con condiciones de verdad completamente definidas podría sin embargo no ser ni falsa ni verdadera. Si uno acepta el punto de vista de Dummett del caso (3) por ejemplo, uno podría muy bien decir que "$(\exists x)\, Fx$" tiene condiciones

de verdad completamente definidas (sería verdadero si un número con F hubiese sido construido, falso si se ha demostrado que no hay tal número) pero en algunas circunstancias puede no ser ni verdadero ni falso.

La teoría de la verdad (de Tarski) que es usada por un notable exponente (Davidson) de una teoría del significado de la condición de verdad es, de hecho, bivalente. Pero esto no es el acompañamiento inevitable de una teoría de la condición de verdad. Se puede evitar adoptando una definición liberal de la negación:

D1. $\sim A$ es verdadera si A es falsa, falsa si A es verdadera

en lugar de la más restrictiva

D2. $\sim A$ es verdadera si A es falsa, falsa de cualquier otro modo

y entonces puede permitir la posibilidad de sentencias significativas pero sin valor de verdad,

Una teoría de la condición de afirmación no sólo no es necesaria (como he demostrado) para permitir esta posibilidad, sino que tampoco es suficiente. Se necesita apoyar algunas suposiciones sobre qué son las condiciones de afirmación de ciertos enunciados. Por ejemplo, un matemático clásico piensa que "$(\exists\, x)\, Fx$" es afirmable en cualquier circunstancia. (Dummett admite virtualmente esto en [1959 a], pp. 337-8.)

Un finitista estricto también debería presumiblemente encontrar liberales las explicaciones de Dummett sobre las condiciones de afirmación. Sostendría que aprendemos el significado de una sentencia sólo en circunstancias en las cuales puede demostrarse actualmente, esto es, no por principio, que es afirmable. Es difícil ver qué recursos le quedan a Dummett para responderle.

Naturalmente la admisión de que una sentencia puede ser significativa pero carente de valor de verdad no es suficiente para establecer el intuicionismo. A lo más deja abierta la posibilidad de negar PB. En realidad puede también pensarse que los argumentos de Dummett, si fueran afortunados, de hecho arrojarían dudas sobre el intuicionismo. Pues a lo que él apunta es a demostrar que la lógica clásica está en algunos aspectos equivocada y lograr esto de una forma que no haga especial apelación a las entidades matemáticas. Pero esto significa que si sus argumentos fueran suficientes para establecer los puntos de vista intuicionistas de la matemática, serían suficientes también para establecer el antirrealismo con respecto a cualquier entidad. El antirrealismo es, sin embargo, *menos* plausible cuando se aplica a otras entidades —por ejemplo la geografía— que cuando se aplica a la matemática. Dummett parece reconocer esto:

> Después de todo las consideraciones metodológicas no se aplican sólo a las matemáticas sino a todo discurso, y mientras demuestran a veces errores en la concep-

> ción realista del pensamiento y realidad, seguramente no implican, más allá de las matemáticas, el extremo del idealismo subjetivo de que nosotros *creamos* las palabras.
>
> ([1959 a], p. 348.)

Así, con la confesión de este defensor, el argumento más fuerte a favor del intuicionismo no es concluyente.

6. CONCLUSIONES

El intuicionismo tradicional, entonces, lleva a dificultades por la falta de claridad en el concepto central de construibilidad. La motivación para una forma de neointuicionismo dado en términos de una precisa interpretación de representabilidad debería sin embargo existir todavía si la concepción intuicionista de la matemática fuera aceptada. Pero los argumentos de Dummett para esta concepción que es la más explícita y más fuerte que conozco parecen fallar.

6 Vaguedades

1. LOCALIZACION DEL PROBLEMA

Algunos proponentes de lógica no estandard han apelado a la supuesta vaguedad del lenguaje ordinario como medio de justificación; y algunos filósofos que han considerado los problemas creados por la vaguedad han apelado a lógicas no estandard como medio de solución. Muchas de estas discusiones sin embargo se confunden por el fracaso para especificar lo que se quiere decir con "vaguedad". Este fracaso ha llevado a gran número de dificultades. Menciono, como ilustración, dos clases de problemas propensos a darse.

Algunos escritores (p. ej. Pap [1949]. p. 116; Black [1963] p. 10) definen una sentencia como vaga solamente caso de que PB (o LTE o ambas) fallasen. Este tipo de definición tiene la consecuencia no satisfactoria de que no pueden ser permitidas otras fuentes del fallo de PB que no sean las vaguedades, por lo que la evitaré.

Otros discuten con el término de "vaguedades" un fenómeno que, en un examen estricto, resulta dudosamente dentro de esta categoría. C.S. Peirce, por ejemplo, que pensaba que

> Los lógicos han cometido una falta al dar paso a la vaguedad
>
> ([CP] 5.446, p. 298)

y dijo (5.506, p. 358) haber resuelto una completa lógica de la vaguedad, parece, a partir de estos ejemplos, haber dado una concepción excéntrica de la vaguedad. En 5.506, pp. 355-6, contrasta sentencias vagas y sentencias generales y da ejemplos que sugieren que entiende por sentencia "general" la que está universalmente cuantificada y por sentencia "vaga" la que está existencialmente cuantificada. En vista de esto, llega a ser comprensible que afirme que las sentencias generales violen LTE y las sentencias vagas la ley de no contradicción; por eso es realmente el caso de que "$(x)\ Fx$" y "$(x) \sim Fx$" pueden ser ambas falsas y de que "$(\exists x)\ Fx$" y "$(\exists x) \sim Fx$" pueden ser ambas verdaderas. Pero la conexión del trabajo de Peirce con lo que más tarde dice de que las sentencias que contienen expresiones cuya aplicación tiene casos dudosos requiere una lógica no estandard, ahora parece bastante difusa.[1] No quiero decir que Peirce está necesariamente *empleando mal* el término "vaguedad";

[1] La analogía con el trabajo de MacColl, incidentalmente, parece ahora más fuerte pp.54-55.

Alston, en [1964] p. 85, piensa desafortunadamente que "vago" y "inespecífico" son usados como intercambiables. Tampoco quiero decir que los comentarios de Peirce sobre las propiedades lógicas de las sentencias que él llama vagas no tengan interés. Pero este ejemplo aclara la necesidad de precaver qué diferencias en el uso de "vaguedad" no están innecesariamente nublando el resultado. Sería seguramente de desear una definición de vaguedad que no se aleje de la línea usada priotariamente.

Los ejemplos discutidos en la literatura bajo el título "vaguedad" son de una variedad extraordinaria, y no es fácil especificar lo que tienen en común. Los ejemplos son la mayor parte de expresiones predicativas, se suelen tomar por sentencia vaga la que contenga uno (o más) predicados vagos. Y un rasgo que muchos ejemplos comparten es que el predicado en cuestión es tal que, para algunas sentencias, hay incertidumbre cuando el predicado se aplica. Incertidumbre de aplicación no es, sin embargo, coextensiva con vaguedad puesto que hay o parece haber expresiones completamente precisas, por ejemplo 3.001 cm. de largo, la aplicación de las cuales en algunos casos puede ser incierta, digamos, por la insuficiencia de las técnicas de medida adecuadas. (Estoy por el momento suponiendo –como requiere el uso ordinario– que mientras algunos predicados son vagos, otros son completamente precisos, y que una definición de vaguedad debería permitir esta distinción. Más tarde, sin embargo, será necesario examinar el punto de vista de que hay de hecho predicados no precisos). Así que distingo dos caminos en los cuales la incertidumbre de la aplicabilidad de un predicado podría aparecer:

(1) Las características para ser *F* son imprecisas

(2) Las características para ser *F* son precisas, pero con dificultad de determinar cuándo algunas sentencias las cumplen.

(Por "las características para ser *F*" se entiende: el contenido de una sentencia tipo verdadera de la forma "necesariamente (*x* es *F* sii...)". Esto, porque el "necesariamente" es muy aproximado y disponible, pero debería ser adecuado para los presentes propósitos). Entiendo esto en el sentido de que solo la incertidumbre del primer tipo debería normalmente ser pensada como equivalente a la vaguedad. Pero naturalmente (1) puede dificilmente ser tomada como una definición de vaguedad puesto que emplea la expresión "impreciso" y por eso, como definición, debe estar expuesta a la objeción de circularidad. (1) puede, sin embargo, ser mejorada de alguna forma por la especificación de algunos de los caminos en los cuales las características para ser *F* podría ser imprecisas:

(a)Las características son complejas (en forma de conjunción abierta o en forma de conjunción de disyunciones) y está *indeterminado cuántas de las características* deben ser satisfechas y qué características han de ser ponderadas. Alston da [1964] el ejemplo de las características para que una entidad cultural cuente como una religión; por ejemplo ¿una cultura que personifica la creencia en seres sobrenaturales pero carece de ritos, cuenta como religión?

(b) Las características son complejas y en ciertos casos *conflictivas*. Quine da [1960] p. 128.) el ejemplo de las características para ver si un río es afluente de otro; por ejemplo, un río que es más corto, pero mayor en volumen que otro que se le junta, ¿cuenta como afluente? Mellor en [1965] eligió algo parecido a esto como su *definición* de imprecisión conceptual.

(c) Las características son sencillas (en la forma de una única condición, o de una conjunción sencilla en la que todos sus miembros deben ser satisfechos), pero en ciertos casos es *indeterminado si la condición o una de las condiciones es satisfecha*. Un ejemplo que se da en gran número de autores es el de los predicados de color; ¿con qué fidelidad, por ejemplo, un objeto tiene parecido con un buzón inglés si es rojo? Para evitar confusión con incertidumbres del tipo (2) es necesario añadir que la indeterminación sobre si las características son satisfechas no es obligado que se deba a falta alguna de información sobre el objeto en cuestión.

Contaré como predicados de cualquiera de estas clases y como predicados las características para las cuales tales predicados resultan ser vagos. Los predicados del tipo (c) son quizás los más comunes en la literatura, pero los predicados del tipo (a) y (b) son también bastante a menudo clasificados como vagos. Los conceptos wittgenstenianos del "parecido de familia" parecen ser del tipo (a), (ver Wittgenstein [1953] y Campbell [1965]); el tipo (b) es incluido en la clase de conceptos de "grupos de leyes" (ver Gasking [1960] y Putnam [1962]). No se dice que estos tipos son exclusivos –algunos de estos predicados pueden estar dentro de más de una categoría, quizás teniendo cualidades en forma de conjunción de condiciones abierta y acabada en cuyo caso desembocamos en el tipo (c). Es también posible que un predicado deba adolecer de ambos tipos (1) y (2) de manera incierta; por ejemplo, sobre "rojo" podría discutirse que cae en la categoría (1) (c), pero también de manera incierta en el tipo (2) puesto que en algunos casos puede ser imposible decir o encontrar observadores que estén de acuerdo en si un objeto es igual a otro en color. (Waismann [1946] toma palabras de colores como sujetos de ambas clases de incertidumbre.)

Me he restringido a los rasgos *estáticos* de un lenguaje en esta estricta delimitación de los tipos de predicado que pueden ser afirmados como "vagos". La noción de Waismann ([1945], p. 123) de "contexto abierto" parece ser en cierto modo un rasgo *dinámico*. La idea principal es que los predicados definidos adecuadamente para las circunstancias presentes pueden parecer definidos de manera totalmente inadecuada para circunstancias completamente diferentes –es una cuestión abierta, por ejemplo, si uno debe llamar gato a una criatura, en otros aspectos felina, si de repente creciera 12 pies de alto. Esto tiene alguna analogía con la categoría (1) (a); pero lo que se refiere al concepto de Waismann que hace referencia a la posibilidad de *cambio* en las cualidades para la aplicación de un predicado en respuesta a las circunstancias hasta ahora imprevistas, no está cubierto en mi clasificación.

También he restringido la clasificación de manera que la vaguedad sea (primariamente) una cuestión lingüística (las palabras pueden ser vagas, no las cosas a que las

palabras se aplican) y además (primariamente) semántica en vez de pragmática (vago es tratado como un predicado de predicados y se refiere también a sentencias en lugar de a usos de sentencias). Espero que estas restricciones no afecten a cuestiones relevantes.

2. LAS CONSECUENCIAS DE LA VAGUEDAD: ARGUMENTOS A FAVOR DEL FRACASO DE LA LOGICA CLASICA

Se ha sugerido a menudo que la vaguedad amenaza la aceptabilidad de la lógica clásica (ver por ejemplo Alston [1964], p. 96). Algunos autores explícitamente dicen que la existencia de la vaguedad crea sin embargo una necesidad para una lógica no clásica (ver, por ejemplo, Körner [1960], cap. 8; [1966], cap. 3; Waismann [1946]). Otros apuntan solo la quizás menos radical conclusión de que la lógica clásica no es aplicable a las sentencias vagas (ver, por ejemplo, Russell [1923], pp. 85, 88-9.): lo que *esto* en realidad significa es una cuestión que necesitará más atención.

Los argumentos usados de por qué las sentencias vagas constituyen una dificultad para la lógica clásica difieren según autores. Los siguientes argumentos son derivados de los autores mencionados, pero modificados con la intención de maximalizar su plausibilidad.

(1) La lógica clásica es bivalente; se supone que los símbolos de sentencias están solo por sentencias que son verdaderas o falsas. Pero las sentencias vagas puede que no sean verdaderas o falsas. Un predicado vago es tal que puede ser indeterminado si se aplica a ciertos sujetos y así aquellas sentencias en las cuales un predicado vago es adscrito a un sujeto dudoso no resultarán ser verdaderas o falsas.

No es solo que puede ser irremediablemente incierto si las sentencias son verdaderas o falsas —como también puede ser incierto en ausencia de técnicas de medida adecuadas si "este objeto tiene 3.001 cm. de largo" es verdadero o falso, sino que *no son* ni verdaderas ni falsas. La distinción entre la incertidumbre del tipo (1) y (2) es importante aquí. En el caso de la incertidumbre del tipo (2) el fracaso para descubrir el valor de verdad de una sentencia es epistemológico mientras que en la incertidumbre del tipo (1) el fracaso para ver si una sentencia es verdadera o falsa es más radical. No todos los autores que he mencionado (por ejemplo Waismann, Russell) son cuidadosos al observar esta distinción. Pero pienso que la plausibilidad del argumento depende de las distinciones observadas.[2]

(2) Esta línea directa de argumentación de por qué la vaguedad amenaza bivalencia es a veces complementada por un argumento indirecto referente a la paradoja

[2] Esto puede ser negado. Algunos pasajes de [1970] sugieren que Dummett lo negaría. Pero el consentimiento de Dummett de inferir la existencia de un hueco de valor de verdad de un fracaso epistemológico se apoya en su teoría del significado de las condiciones de afirmación que ha sido ya criticada en el cap. 5.

del sorites. Una forma tradicional de la paradoja reza: dado que *un* grano de arena nunca constituye un montón y, dado que añadiendo un grano a algo que no es un montón no se hace un montón, se sigue que ninguna acumulación de arena es un montón: una conclusión de lo más inverosimil. Pero si, en vista de la inverosimilitud de la conclusión, se supone en su lugar que *un* grano de arena no forma un montón, pero un millón de granos (por ejemplo) sí, entonces se sigue, por un razonamiento igualmente impecable en lógica clásica, que hay algún número, 800.000 por ejemplo, tal que 800.000 granos de arena *no* son un montón, pero 800.001 granos de arena *sí* son un montón, una conclusión igualmente inverosimil.

Se construyen paradojas similares usando otros predicados vagos "corto" Black [1963], "calvo" Russell [1923], "pequeño" Dummett [1971]; una versión particularmente bonita usando "es un renacuajo" fue dada por Cargile en [1969]. Y cada uno de estos autores considera la posibilidad de que una reacción propia a la paradoja puede ser negar la corrección o la aplicabilidad de los principios de la lógica clásica empleadas en los argumentos paradójicos.

¿Una lógica no clásica para sentencias vagas?

Incluso si se estuviese de acuerdo en cuales de estos argumentos muestran que la vaguedad crea una necesidad para fundar una lógica no clásica, no estaría claro qué clase de modificación de la lógica sería requerida. La discusión directa, si es correcta, probablemente lleva a la conclusión de que una lógica apropiada para manipular sentencias vagas no sería bivalente. El cálculo propuesto por Waismann y Körner es trivalente y, tanto LTE como PB, fracasan. Sin embargo, el primero, considerando el argumento directo, deja abierta la cuestión de si LTE y PB resultan amenazadas.

Se encuentra en Dummett un argumento a favor de que LTE debe conservarse: considérese una sentencia ambigua que fracasa en el intento de ser verdadera o falsa y tal que:

O es de color naranja

donde "O" está por un objeto dudoso respecto a "color naranja". Ahora, argumenta Dummet, O debe estar en el límite entre el naranja y algún otro color, por ejemplo rojo. Entonces

tanto O es naranja como O es rojo

son verdaderas. Pero

O es rojo

implica

O no es naranja

y así

O es naranja o O no es naranja

son verdaderas a pesar de sus elementos disyuntos faltos de valor de verdad. Si este argumento fuese aceptado, sugiere que puede ser requerida una lógica como la de van Fraassen, convencional en lo referente a su propiedad de tener teoremas, pero no bivalente. (Sin embargo, aunque el razonamiento de Dummet es consistente, puede que no sea aplicable a *todas* las sentencias ambiguas; es posible que la elección de un predicado determinado de uno determinable sea esencial al argumento.)

La mayoría de los autores suponen también que LTE, así como PB, están amenazadas por el argumento indirecto, el argumento construido por el camino de la paradoja del sorites. Dummet, sin embargo, sugiere que el paradójico argumento podría ser bloqueado si PB fuese omitido *sin* omitir LTE, negando el principio de que si "$(\exists x)\ Fx$" es verdadera, entonces debe haber algún objeto definido y especificable que sea F; entonces "hay un número de granos tal que muchos no son un montón pero uno más sí lo es" puede ser admitido sin que haya una respuesta definida a la pregunta *¿qué* número? (p. 11). Esta es una concesión muy curiosa para una de las propensiones intuicionistas de Dummett, pues es típico del intuicionista rehusar la permisibilidad de "$(\exists x)\ Fx$" en ausencia de una prueba respecto a un número específico que sea F. Pero la sugerencia de Dummett produce una considerable analogía con la postura[3] de van Fraassen de que su sistema rechaza la inferencia "$A \vee B, A \supset C, B \supset C \vdash C$"; así es posible que la sugerencia de Dummett se pueda resolver con suficiente detalle para producir las consecuencias deseadas, o mejor, no producir las consecuencias no deseadas.

Hay pues argumentos que, si son correctos, demuestran que la ambigüedad crea alguna dificultad para la lógica clásica. Una posible reacción sería intentar descubrir, quizás explotando las sugerencias discutidas arriba, una lógica *no* clásica adecuada. Pero esta reacción sería de alguna manera apresurada. Al menos dos preguntas necesitan respuesta antes de que se de un paso tan radical: ¿son consistentes los argumentos discutidos? y, si lo son, ¿hay alguna manera de rivalizar con la ambigüedad fuera de la modificación de la lógica?

3. ¿SON LOS ARGUMENTOS CONTRA LA LOGICA CLASICA CONSISTENTES?

Algunos argumentos que se encuentran en la literatura, de ser correctos, mostrarían que los argumentos de por qué las sentencias vagas crean una necesidad para

[3] Ver los comentarios hechos en el cap. 4 sobre la adecuabilidad del cálculo de van Fraassen para bloquear el argumento aristotélico del fatalismo.

que se de una lógica no estandard están sencillamente equivocados. Odegard, por ejemplo [1965] intenta demostrar que si la distinción entre contrarios y contradictorios se rechaza es solo tentador suponer que las sentencias vagas no son ni verdaderas ni falsas. Desafortunadamente da un argumento que establece que tales pares de sentencias como

Sócrates fue calvo

y

Sócrates no fue calvo

son contrarias más que contradictorias, y en ausencia de tal distinción que únicamente señala la diferencia entre contrarias y contradictorias, no lleva camino de demostrar que el argumento contra la bivalencia esté equivocado. Odegard también intenta demostrar que los proponentes de este argumento han confundido el lenguaje objeto y el metalenguaje; pero sus argumentos descansan en la asimilación de "no verdadero" y "falso" lo que, naturalmente, implica el principio en disputa, puesto que "no verdadero" = "falso" solo si PB es aceptado. Este argumento de por qué las sentencias vagas requieren una lógica no estandard no se ha demostrado que descanse en una simple equivocación.

4. ¿ESTAN LAS SENTENCIAS VAGAS DENTRO DEL ALCANCE DE LA LOGICA?

Pero puede suponerse que la adopción de un cálculo no estandard sería dudosamente satisfactorio como solución a los problemas creados por la ambigüedad según se afirma. Supóngase que, en vez de dividir las sentencias exhaustivamente en verdaderas y falsas, uno las divida en tres categorías, las verdaderas, las falsas y aquellas que por ambigüedad rehusan tener ningún valor de verdad. Un nuevo problema análogo al problema original que motiva la adopción de una triple categorización surgiría ahora. El problema original era que a algunas sentencias no se les podía asignar ni "verdadero" ni "falso" porque atribuían predicados ambiguos a casos dudosos. Pero exactamente *qué* casos son dudosos está igualmente indeterminado. (No está claro que un hombre con menos de 500 pelos en su cabeza es claramente calvo, un hombre con 1000 claramente no es calvo, y un hombre que tiene entre 500 y 1000 pelos es claramente dudoso. Está indeterminado cuando un hombre con, digamos, 505 pelos es calvo o dudoso). Es tan anti-intuitivo dibujar con precisión los límites de la frontera como dibujar con precisión los límites entre casos en que el predicado es verdadero y casos en los que es falso. Esta línea de pensamiento tiende a la conclusión de que el problema del sorites es mucho menos agudo si se adopta una lógica *no* bivalente.

Y esta conclusión está en armonía con una reacción menos radical a la amenaza contra la lógica clásica.

Consideremos la despreocupación con que Russell comenta que

> Toda la lógica tradicional supone habitualmente que se empleen símbolos precisos. No es por tanto aplicable a la vida terrestre, sino solo a una existencia celestial imaginada... la lógica nos eleva al cielo más que otros estudios.
>
> ([1923], pp. 88-9)

Es notable que Russell no tome en consideración la posibilidad de que el lenguaje de *Principia*, que excluye la vaguedad, pueda necesitar modificación; es simplemente "no conveniente para las ocasiones públicas" Russell piensa que las vaguedades demuestran que la lógica "no es aplicable" al lenguaje ordinario y por "no aplicable" evidentemente quiere decir, no falso sino más bien "inapropiada".

Esto sugiere que Russell recomendaría una versión de la estrategia del "no ítem" de la que dudábamos en el capítulo 3. Tal estrategia defendería que las sentencias ambiguas están *fuera del alcance de la lógica*, por lo que la lógica no necesita ser modificada para hacerles frente.

Una versión común de esta estrategia procede argumentando en apoyo de la exclusión de las sentencias vagas del alcance de la lógica de manera que no son adecuadas para expresar proposiciones o para enunciar (o etc.), y que la lógica se ocupa de proposiciones o enunciados más que de sentencias. Sin embargo ha quedado claro en el cap. 3 que esta estrategia desemboca bastante fácilmente en la trivialidad. Así, "proposición" en Lewy [1946] es usado para significar "ítem para el cual la lógica clásica es verdadera", con el resultado de que las sentencias vagas no están de manera completamente trivial reguladas para expresar proposiciones y para entrar dentro del alcance de la lógica. El argumento usado por Jeffrey en [1967] p. 7, empleando la locución "enunciado" mejor que "proposición", parece similar en estructura.

Pero no todos los argumentos en cuestión de que las sentencias vagas están fuera del alcance de la lógica son necesariamente triviales. Por lo que podría sugerirse que las sentencias vagas no pertenecen a la clase de ítems a los que la lógica *debería* aplicarse, quizás bajo la influencia del fundamento de que la precisión es uno de los motivos de la formalización. Esta idea parece hallarse entre los comentarios de Russell; el lenguaje de *Principia* fue inventado, dice, para *evitar* ambigüedades.

Este tipo de reacción tiene sus atractivos.

Si sus atractivos no son obvios, puede ser de utilidad considerar un caso posiblemente análogo. Ha sido sugerido a veces (por ejemplo Halldén [1949], Goddard [1966], Routley [1966], [1969]) que es necesaria una lógica de tres valores para sostener sentencias *faltas de sentido.* Se ha hecho un esfuerzo considerable para inventar un cálculo adecuado. Y todavía me parece perfectamente claro que las sentencias faltas de sentido en realidad no tienen relación con la lógica; pues su falta de

sentido las incapacita para cualquier papel interesante en la inferencia[4] (válida). (Esto es por lo que en este libro no se presta ninguna atención a las lógicas faltas de sentido.)

A pesar de que esto no es tan obvio, es al menos discutible que las sentencias vagas también deban ser excluidas de la lógica más bien que modificar esta para enfrentarse a ellas. Ahora es plausible la razón dada de por qué la lógica no debe ser modificada para mantener las sentencias faltas de sentido, a saber: que tales sentencias no figuran normalmente en el argumento; así, que la cuestión relevante respecto a sentencias vagas es ¿figuran *ellas* así normalmente?

Sin embago, por un lado, al fin parece como si las sentencias vagas puedan verdaderamente ocurrir en argumentos válidos –así que, puesto que la validez es *por excelencia* la provincia de la lógica, las sentencias vagas deberían ser admitidas dentro de su alcance. Pero la respuesta a la cuestión de si las sentencias vagas se encuentran en argumentos válidos, dependerá naturalmente de la definición de validez que se emplee. La definición de validez debe ser sintáctica o semántica. Un argumento es (sintácticamente) válido en L si sus conclusiones se siguen de las premisas por el camino de los axiomas y/o reglas de inferencia de L; puede ser probada por un procedimiento puramente formal. Sin embargo, la definición sintáctica de validez no es muy relevante para el presente asunto ya que únicamente demuestra que las sentencias vagas no ocurren como premisas o conclusiones de argumentos sintácticamente válidos en algún lenguaje L, no habría modo de demostrar que hay o debería haber algún lenguaje L′ en el que *puedan* ocurrir argumentos válidos con sentencias vagas. (Por ejemplo en [1970] Cleave argumenta a favor de la viabilidad *formal* de la definición de validez para sistemas que incluyen predicados vagos propuestos por Körner en [1966]. Pero esta viabilidad formal es a lo más una concidición necesaria, pero no suficiente para la aceptación de la propuesta de Körner para modificar la lógica que maneja "predicados inexactos".)

La cuestión de si las sentencias ambiguas pueden aparecer en argumentos válidos, donde "válido" es definido *semánticamente*, parece más interesante. Un argumento es (semánticamente) válido si es lógicamente imposible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa. Y, presumiblemente, las sentencias vagas *pueden* presentarse en argumentos que son semánticamente válidos, puesto que en un argumento cuyas premisas y/o conclusión carecen de valor de verdad, puede ser verdad a causa de la vaguedad que si sus premisas *fuesen* verdaderas, su conclusión *sería* verdadera. Así, a pesar de que la definición semántica de validez que yo he usado esté equivocada por demasiado estrecha si es que verdaderamente está equivocada en algo –puede excluir por ejemplo la lógica imperativa– permite sentencias vagas. Tales sentencias no pueden ser excluidas de la lógica bajo la base de que su vaguedad impide su permanencia en las relaciones lógicas interesantes.

[4] Si, excepcionalmente, una sentencia falta de sentido ocurre esencialmente en un argumento, detectarla es seguramente suficiente para justificar el rechazo del argumento.

5. ¿PUEDE SER ELIMINADA LA VAGUEDAD?

Si, como parece ahora, las sentencias vagas no están obviamente fuera del alcance de la lógica, y si además hay argumentos sólidos de por qué debe ser modificada la lógica si es que ha de manipular sentencias vagas ¿queda alguna alternativa para el paso radical de la adopción de una lógica no estandard? Bien, una alternativa sugerida por lo anterior es la de que puede ser más económico precisar[5] el discurso vago de manera que la lógica estandard pueda ser usada. Esta propuesta está implícita en el espíritu del comentario de Russell de que la lógica no es aplicable al discurso vago. Su aceptabilidad depende en parte del punto de vista que se tome al respecto en cuanto a la formalización. Si se supusiera como a veces hace por ejemplo Strawson [1952] que el objeto de la construcción de sistemas formales es simplemente sistematizar las inferencias válidas de argumentos informales, entonces la discrepancia entre el cálculo proposicional clásico que es bivalente y las sentencias vagas del lenguaje ordinario que no son bivalentes, sería una razón concluyente para recurrir a una lógica no bivalente. (Si es que no se piensa también que es una razón para abandonar la formalización. Strawson –como ya argumenté con detalle en el capítulo 7– está aparentemente indeciso entre estas dos conclusiones). Pero el punto de vista de que "el lenguaje ordinario" es el árbitro final de la corrección de los sistemas formales es inaceptable. No mantengo como Frege y como Tarski parece a veces hacer, que la lógica es importante únicamente o incluso necesariamente por su servicio a la matemática. Admito que un propósito legítimo para la construcción de un cálculo formal es formalizar argumentos que ocurren de ordinario en el discurso no matemático. Solo sugiero que puede ser necesario y deseable para el lógico arreglar –o como dice Quine de manera más elegante "organizar"– el discurso. Dado este punto de vista de los propósitos de formalización, parece relevante para la cuestión de si la vaguedad crea una necesidad para establecer un formalismo no estandard preguntar: ¿en qué medida es común el fenómeno de la ambigüedad? y ¿en qué medida puede ser eliminado?

Una analogía puede ayudarnos. Las expresiones españolas "y", "no", "si", etc. se está generalmente de acuerdo en que no son, al menos en todos los usos, veritativo-funcionales. En la medida que este es el caso, el sentido de las conectivas sentenciales del cálculo proposicional clásico no resulta coincidir exactamente con el del uso del lenguaje ordinario. Pero este hecho no muestra por sí mismo que el cálculo proposicional clásico veritativo-funcional debe reeemplazarse por un sistema no veritativo-funcional. Las conectivas veritativo-funcionales logran *un* uso crucial de "y", "no", etc.

Si, sin embargo, se demostrara que la vaguedad es una característica muy persuasiva del lenguaje ordinario, y si, además, hubiese dificultad en arreglar el discurso

---

[5] Peirce argumenta que la palabra debería ser predecidir (precide) por analogía con decisión/decidir; pero el uso más molesto ha prevalecido.

ordinario para eliminar la vaguedad, entonces la motivación para un cálculo no estandard se vería aumentada.

Carnap propone [1950] cap. 1 que, antes de la formalización, lo vago debería ser reemplazado por expresiones precisas, por ejemplo cambiar los predicados cualitativos por comparativos o, mejor todavía, por cuantitativos. Normalmente esto es hacer que los términos precisos coincidan con los vagos a que reemplazan en todas las instancias negativas y positivas previamente claras, pero sería dudosa la aplicación o no aplicación debido al término ambiguo. En ciertos casos, sin embargo, Carnap lo prevee permitiendo un cambio de extensión; un ejemplo que se refiere a los conceptos de "grupo de leyes" mencionados arriba, es el uso del término "pez" para excluir como en el uso precientífico, ballenas u otros animales marinos.

Carnap parece suponer que la ambigüedad es un problema que surge en el discurso "ordinario" y no científico y que puede evitarse completamente en el lenguaje adecuadamente reglado para la ciencia. Algunos autores, sin embargo, han argumentado que la ambigüedad no puede ser excluida fácilmente del discurso científico. Tales escritores piensan no exactamente que la precisión no pueda ser alcanzada sin pérdida de las ventajas que las maneras vagas de hablar indudablemente poseen (ver Quine [1960], p. 26; Alston [1964], p. 86.), sino que la precisión no puede ser alcanzada del todo. Esta sería la consecuencia del punto de vista –mantenido por Russell en [1923] y por Black [1937] de que la totalidad del lenguaje es vaga, de modo que no hay esperanza de reemplazar los términos vagos por los precisos, puesto que no hay términos precisos que sirvan para ser reemplazados.

Russell no da un argumento general para su afirmación de que todas las palabras son vagas, pero procede en cambio por la vía de consideración de ejemplos de palabras de diferentes categorías. Los predicados *cualitativos* (sus ejemplos son "rojo" y "calvo") son vagos, porque el alcance de su aplicación es esencialmente dudoso. Los predicados *cuantitativos* por los cuales los científicos tienden a reemplazar aquellos, son también vagos porque no pueden nunca ser medidos con completa precisión. Los *nombres propios* son vagos porque sus poseedores nacen y mueren y nacer y morir son procesos graduales. Y las *palabras lógicas* son vagas porque las conectivas sentenciales son definidas en términos de sus condiciones de verdad, y "verdadero" y "falso" son ellos mismos vagos. (Hay una detallada discusión de los argumentos de Russell en Köhl [1969]).

Las dos primeras categorías de palabras son las cruciales para los presentes propósitos. Los nombres propios pueden ser excluidos del cálculo formal sin que este se pierda (ver Quine [1960] p. 38.). Las condiciones de verdad de las conectivas sentenciales pueden ser dadas de manera completamente precisa (como Russell concede); y no hay razón para suponer que verdadero y falso no pueden ser definidos de forma precisa *para lenguajes formales*. (Ver Tarski [1931].)

Esto conlleva dos problemas: a) si, como Russell dice, todos los predicados cualitativos son vagos y b) si, como más tarde argumenta, los predicados cuantitativos por los cuales la ciencia propone reemplazarlos son también vagos.

Algunos autores han argumentado que cualquier predicado con cualquier cualidad para que sea considerado empírico está limitado a ser vago. La ciencia debe tener un vocabulario empírico y está necesariamente infectado de vaguedad. El argumento de Benjamín [1939] descansa sobre las premisas de que las palabras empíricas son aprendidas ostensivamente por referencia a una muestra finita de objetos que tengan la propiedad relevante o carezcan de ella, pero aplicadas a nuevos objetos no presentes en la muestra aprendida. Un "margen de indefinitud" es, dice, inevitable en cualquier símbolo que posea esta referencia futura. Y la idea de un *constructo* –una precisión análoga a la de una expresión vaga es incoherente, puesto que se supone que *ambos* constructos son precisos *y* tienen referencia futura lo cual es imposible.

El mismo argumento es empleado por Burks en [1946], p. 480. El hecho de que al menos algunas palabras que presumiblemente contarían como "empíricas", tales como cuadrado, podrían ser aprendidas de otra forma que la ostensiva, por ejemplo por el camino de la definición "rectángulo equilátero", no es una objeción concluyente para este argumento. Presentando una tesis más debil se ve que todas las palabras empíricas, cualquiera que sean, son aprendidas ostensivamente, o son aprendidas por el camino de las definiciones cuyos términos son ellos mismos aprendidos ostensivamente, o... etc.

Es tentador replicar el argumento de Benjamín y Burks diciendo que no solo los predicados vagos sino también los completamente precisos pueden aprenderse ostensivamente ("buzón rojo" tanto como "rojo"). Quizás una réplica mejor es imposible. La enseñanza ostensiva de una palabra puede y quizás debe fracasar al fijar cómo esa palabra ha de ser usada en el futuro. Pero puede fracasar de más de una forma: puede ser que la enseñanza ostensiva deje imprecisas las características para los predicados ("rojo", por ejemplo, al enseñarse por referencia a casos claros, se deja en una dudosa indeterminación); o puede ser que, a pesar de que la enseñanza ostensiva deje precisas las características, permanezca la dificultad al determinar si las características se satisfacen ("buzón rojo", digamos, es aplicado solo a objetos que sean parejos con ciertas muestras estandard, pero puede ser incierto todavía si ciertos objetos son parejos con la muestra). Pero esta réplica *todavía* reclama el problema al suponer que la enseñanza ostensiva puede conducir las características a predicados precisos. Es necesario atacar el argumento más directamente.

El hecho de que los predicados con los que Benjamín está trabajando sean aprehendidos por referencia a una muestra que es, *ex hipothesi*, solo un subconjunto de objetos a los cuales se aplica, implica que sus campos de aplicación no son, como es preciso que fueran, completamente especificados por la muestra aprehendida. Los predicados se aplican a los objetos en la muestra y a cualquier otro objeto que muestre cierta relación a ellos. En el caso por ejemplo de "rojo", la relación es "similar en color", y esta relación es tan amplia como para dejar la característica de ser rojo imprecisa. Pero en el caso de, digamos, "buzón rojo", la relación es "parejo en color" y esta relación es lo suficientemente estrecha como para dejar precisas las características para ser buzón rojo.

Se puede pensar que todavía queda vaguedad porque puede haber dificultad al establecer si los objetos se emparejan en color de una manera exacta. Pero como voy a intentar mostrar, es un argumento completamente diferente –un argumento que, a diferencia del anterior, no nos lleva directamente al asunto del cambio de lógica.

Este argumento es empleado por Swinbrune en [1969]. Su tesis es que reemplazando lo que él llama conceptos *A* (indudablemente conceptos cualitativos) por conceptos *B* (indudablemente conceptos cualitativos medibles en una escala compacta) dejará la "imprecisión" sin dilucidar. Su manera de expresar el asunto es bastante confusa puesto que se refiere a los *B* conceptos –como ejemplos de estos incluye exactamente 9 voltios– como imprecisos ¡cuando son realmente paradigmas de precisión! Pero la postura es bastante instructiva; reemplazando predicados cualitativos (como "rojo") por cuantitativos precisos (como "7.000 Å de longitud de onda") lo que logramos es solo reemplazar la incertidumbre generada por la vaguedad por la incertidumbre del tipo (2). Y esto es inevitable si los predicados "científicos" son tales como los medidos en una escala compacta de densidades, pues hay límites que los observadores pueden hacer a las posibles discriminaciones.

¿Están *todos* los predicados cuantitativos por los que los predicados cualitativos vagos pueden ser reemplazados sometidos a esta clase de incertidumbre? Swiunburne piensa que no, puesto que, según argumenta, puede haber buenas razones para pensar que alguna propiedad puede tomar solo un conjunto de valores discretos, de modo que la escala compacta pueda ser reemplazada por una escala no compacta. Tales razones, según piensa, pueden ser teóricas o simplemente empíricas. Su ejemplo es el último descubrimiento de Balmer de que las frecuencias de radiación del hidrógeno son discretas. Pero claramente uno podría tener solamente razones teóricas para creer que alguna propiedad tome solo un conjunto discreto de valores, puesto que si se emplea una escala compacta los valores no pueden ser determinados de manera precisa y así no podría ser descubierto por un método simplemente de observación que los valores son de hecho discretos.[6]

La idea de que el intento de evitar la vaguedad recurriendo a predicados cuantitativos puede llevar a incertidumbre de otra clase no es ni por asomo nueva. En [1904] Duhem hace una distinción entre hechos teóricos que están expresados en lenguaje preciso y cuantitativo y hechos prácticos que son expresados en lenguaje vago cualitativo y ordinario. Y argumenta que los enunciados teóricos, *por* ser preci-

[6] Como se puede esperar en vista de estos argumentos, la consideración de Swinburne sobre el descubrimiento de Balmer es errónea. Balmer descubrió una fórmula de producción de valores aproximadamente adaptados a aquellos que Angström había medido y para los cuales se seguía que los valores eran discretos. Curiosamente, la propia consideración de Balmer sobre su descubrimiento es "las variaciones de la fórmula de la observación de Angström equivalen en el caso más desfavorable a no más de 1/40.000 de una longitud de onda, una variación que muy fácilmente está dentro de los límites de los posibles errores de observación y es una sorprendente evidencia para el especial cuidado científico y habilidad con que Angström debe haber trabajado" (Balmer [1885], p. 80.)

sos, son menos ciertos que los enunciados del sentido común. La confianza en la verdad de una aserción vaga puede ser justificada precisamente a causa de su vaguedad que la hace compatible con el alcance de los hechos observados. Pero las afirmaciones científicas, al ser precisas, son menos ciertas porque las observaciones asequibles pueden ser demasiado toscas para discriminar entre ellas. Uno podría estar seguro de la verdad de

Jones es alto

pero inseguro de la verdad de

Jones es 6 pies, 4,0625 pulgadas de alto

En general, Duhem comenta:

> Las leyes de los físicos pueden adquirir esta falta de minuciosidad de detalle solo sacrificando algunas de las leyes fijadas y absolutamente ciertas para el sentido común. *Hay una clase de balanza entre la precisión y la certeza: una no puede ser aumentada a no ser en detrimento de la otra.*
>
> ([1904], pp. 178-9, las cursivas son mías)

La confianza de Duhem en la certeza de las sentencias vagas no es inconsistente con la propuesta que yo había avanzado de que el valor de verdad de algunas sentencias vagas, a saber: aquellas cuyos sujetos son dudosos, puede estar sometido a la incertidumbre (del tipo (1)). Pues los valores de verdad de las sentencias vagas cuyos sujetos pertenecen al campo *central* de aplicación (positivo o negativo) del predicado *son* ciertos como Duhem acentúa.

Acepto que reemplazando los predicados vagos por precisos no evitaremos la incertidumbre sino que cambiaremos la incertidumbre del tipo (1) por la del tipo (2). Pero –y este es el punto crucial– de ninguna manera el reemplazo de predicados vagos por precisos evita los argumentos para una lógica divergente. Ya que estos argumentos se aplican solo a predicados que dan lugar al tipo (1) de incertidumbre y no a predicados que dan lugar al tipo (2). Pues, como he sostenido arriba, las sentencias vagas pueden no conseguir ser verdaderas o falsas y este fracaso amenaza la lógica clásica. Pero con sentencias precisas el problema no es que haya fracaso en cuanto a la atribución de valor de verdad, sino descubrir tal fracaso.

Duhem mismo cree que la bivalencia fracasa para los enunciados teóricos. Esto es por dos razones de las cuales solo una hace al caso ahora. La razón irrelevante es que Duhem se inclina hacia el instrumentalismo. La razón relevante es que Duhem piensa en la aproximación como una alternativa a "verdadero" y "falso". Pero no veo ninguna razón por la que la locución "*p* es aproximadamente verdadera" no deba ser explicada en términos de los dos valores de verdad clásicos. Si "*p*" tiene la forma "el valor de la propiedad F es n" y si $\in$ es algún (pequeño) número que co-

rresponde al grado de aproximación, entonces que " "El valor de la propiedad F es n" es aproximadamente verdad" equivale a " "el valor de la propiedad F es $n \pm \in$" es verdad". (Una sugerencia de este tipo hecha por Scott fue brevemente discutida en el cap. 3.)

Pero mientras me he opuesto a la posición de Dummett de que la incertidumbre a la que las sentencias precisas son vulnerables amenaza la bivalencia, no pienso que esta incertidumbre deje de tener consecuencias interesantes. Lejos de esto, Duhem se acerca al meollo de la cuestión cuando observa que, dada esta incertidumbre, puede ser usada una deducción matemática científicamente bajo la condición necesaria de que sus premisas son aproximadamente verdaderas, entonces también su conclusión es aproximadamente verdadera. Si, en particular, un modelo hipotético deductivo de explicación científica resulta ser satisfactorio, debe permitir algún sitio a la noción de aproximación. (Ver Feyerabend [1963], pp. 20-5 para una exposición de la dificultad para el modelo de explicación empirista clásico, y Mellor [1965] para un intento de hacer frente a esta dificultad.)

6. CONCLUSIONES

(1) Las sentencias vagas no pueden ser bivalentes.

(2) Están, además, dentro del alcance de la lógica.

(3) Sin embargo, una división de las sentencias vagas en tres clases: verdaderas, falsas y ni verdaderas ni falsas es propensa a dar resultados tan antintuitivos como los que se seguirían en el uso de una lógica bivalente.

(4) Y el programa propuesto por Carnap de argumentos que precisan el lenguaje ordinario *es* factible. Pues, a pesar de reemplazar las expresiones vagas por precisas, puede llevar a la incertidumbre debida a técnicas de medida inadecuadas, incertidumbre que no amenaza a la bivalencia.

(5) Así parece que es más económico *no* modificar la lógica para hacer frente a la vaguedad sino más bien mirar la lógica clásica como una idealización de los argumentos que en el discurso ordinario se quedan cortos pero a los que puede aproximarse.

7 Términos singulares y existencia

1. EL PROBLEMA

La lógica clásica parece estar sometida a algunas declaraciones existenciales. Sus supuestos que pueden traer dificultades son:

(*a*) que todos los términos singulares denotan

y

(*b*) que el universo del discurso no es vacío

lo cual está aparentemente expresado en teoremas como

$$\vdash Fa \supset (\exists x)\, Fx$$
$$\vdash (x)\, Fx \supset Fa$$

y

$$\vdash (\exists x)\, (Fx \vee \sim Fx) \cdot$$
$$\vdash (\exists x)\, (x = x)$$

respectivamente. Si se admite que las suposiciones existenciales no son de naturaleza puramente lógica y que estas suposiciones están sin embargo hechas en la lógica clásica, entonces parece requerirse alguna modificación de la lógica clásica. El propósito de este capítulo es investigar si hay que adoptar alguna modificación y si en realidad es así, qué modificación es necesaria.

El primero de los problemas suscitados –cómo tratar los términos no denotativos– ha sido ampliamente debatido. El segundo ha recibido bastante menos atención hasta hace poco. Pero los dos problemas no son obviamente independientes del todo; pues si el universo del discurso fuese vacío, no habría nada para denotar términos singulares, de modo que una solución adecuada al segundo problema requiere una solución positiva del primero.

2. ALGUNAS REACCIONES POSIBLES

Entre las propuestas que han sido discutidas están las siguientes, dispuestas en orden de radicalidad:

(1) Excluir las sentencias refractarias del alcance de la lógica, por tanto *sin* hacer modificación (estrategia del no ítem).

(2) Traducir las sentencias refractarias al formalismo de modo que resulten asequibles al tratamiento estandard (estrategia de la forma engañosa).

(3) Modificar la lógica a nivel de cálculo de predicados.

(4) Modificar la lógica a nivel de cálculo proposicional.

(i) Se puede admitir que la lógica clásica incorpora algunos supuestos existenciales, pero niega sin embargo que se requieran modificaciones

Voy a examinar primero algunos argumentos de porqué el primer problema, el de los términos que no denotan, no crea necesidades de modificación, y después algunos argumentos de porqué el segundo problema, el del universo vacío, tampoco.

(*a*) Esta reacción al problema de los términos no denotativos está favorecida por Frege[1]. Los términos singulares sin denotación son, argumenta Frege, una imperfección a la que están inclinados los lenguajes naturales, pero no debería estropearse la perfección lógica de un lenguaje formal:

> Un lenguaje lógicamente perfecto debería satisfacer las condiciones de que toda expresión gramaticalmente bien construida como nombre propio a partir de los signos ya introducidos debe de hecho designar un objeto, y que ningún nuevo signo deba ser introducido como nombre propio sin que se le asegure una referencia.
>
> ([1892], p. 70.)

La forma que propone para lograrlo es, no insistir en que una descripción definida sea bien formada sólo si tiene una denotación por demostración (lo cual tendría la infeliz consecuencia de que las reglas de formación serían inefectivas), sino insistir en que una denotación está prevista arbitrariamente si es necesario, para toda expresión bien formada:

> [una descripción definida] debe siempre y de manera efectiva, tener segura la referencia por medio de una convención de que 0 debe contar como referen-

[1] Su trabajo contiene argumentos para una propuesta más radical, cuestión que consideraré más tarde. Pero el mismo Frege favorece claramente esta posutra, la más conservadora.

cia cuando el concepto no se aplica a objeto alguno o cuando se aplica a más de uno.

([1892], p. 71 n.)

Así Frege contempla el fracaso de la denotación como una imperfección de los lenguajes naturales con respecto a los cuales la tarea de la formalización es desarraigarlos más que secundarlos. Los términos singulares sin denotación *no deberían* estar permititidos dentro del alcance de la lógica.

Algunos autores –incluyendo a Russell ([1905]) y Scott ([1967]) encuentran que la propuesta de Frege es cuestionable por artificial. Sin embargo no es inusual para la formalización económica de argumentos informales echar mano de cierta artificialidad (ver "$(\exists x)$" y "algún"). Y, aparte de su falta de intuitividad, la factibilidad de la propuesta de Frege parece ser incuestionable.

(*b*) Strawson emplea un argumento que, a pesar de usar premisas completamente diferentes, parece llevar a una propuesta no distinta de la anterior[2]. Este argumento es como sigue. El uso de una sentencia cuyo término sujeto no es denotativo es "espúreo", y no constituye un enunciado. Pero la lógica se refiere a enunciados más que a setencias; de modo que tales sentencias están fuera del alcance de la lógica.

Esta claro que sigue presente este argumento mientras no se distinga claramente de otro con la conclusión más radical de que las sentencias de referencia fallida constituyen enunciados que no son verdaderos ni falsos. Strawson da gran fuerza a la distinción entre expresiones y sus usos, y dice que la teoría de las descripciones de Russell está equivocada *porque ignora la distinción sentencia/enunciado*, lo cual es un indicio muy fuerte de que Strawson piensa que el error de Russell está en el fallo para darse cuenta de que no se hace ningún enunciado con la declaración "El rey de Francia es calvo".

La conclusión de Strawson –en contraste con la de Frege de que los términos sin denotación *no deben* estar dentro del alcance de la lógica– es que las sentencias que contienen tales términos *no están* dentro de este alcance. En orden a establecer esto, Strawson necesita argumentar a favor de dos premisas: que la lógica concierne sólo a enunciados; y que los usos de las sentencias de "referencia fallida" no constituyen enunciados. Ninguna de las premisas está muy adecuadamente fundamentada. La primera, fuertemente acentuada en [1952] parece estar fundamentada por la completamente inconcluyente observación de que no se puede adscribir valores de verdad a las sentencias porque, si se les adscribiera, habría que admitir que pueden cambiar de valor. Esto es suficiente incluso para establecer que las sentencias no pueden ser verdaderas o falsas y más inadecuado todavía para establecer que la lógi-

[2] El trabajo de Strawson contiene dos frentes de argumentación que no son claramente distinguidos por el mismo Strawson; el otro argumento fundamenta una alternativa más radical. Será discutido más tarde. Los dos puntos de vista son distinguidos y cuidadosamente trazados en Verlich [1965].

ca no puede ocuparse de sentencias tales como las que requerirían las más lejanas premisas de que la lógica se ocupa sólo de ítems portadores de valor de verdad.

El argumento para la segunda premisa es mucho más complejo, pero no mucho más convincente. El primer paso es mostrar que la expresión "El rey de Francia es calvo" es de referencia fallida puesto que no hay rey de Francia. La motivación para esta postura nace de una concepción de la referencia de acuerdo con la cual es una condición necesaria para una referencia adecuada que se emplee una expresión con denotación. Es interesante que Strawson no proponga consistentemente una teoría semántica de acuerdo con la cual es una condición suficiente para una referencia adecuada que el hablante use una expresión que atraiga la atención del oyente hacia el ítem que el hablante tiene en la mente, sin mirar si la expresión usada efectivamente denota esta entidad (ver [1959], cap. 1, § 1, y [1964] para esta ambigüedad en la teoría de la referencia de Strawson).

El segundo paso es argumentar que alguien que en el uso de una sentencia no hace referencia, hace un uso espúreo de esa sentencia, y así, no hace un enunciado con su expresión.

La motivación para suponer que un uso espúreo de una sentencia no es un enunciado en absoluto parece surgir del hecho de que la contextura característica de los casos de uso espúreo del paradigma de Strawson: declaraciones abiertamente novelescas y declaraciones en escena, es aparentemente que no son *afirmativas*; y puesto que Strawson parece en [1950] usar "enunciado" y "afirmación" de modo intercambiable, esto lleva a la conclusión de que un uso espúreo de una sentencia no es un enunciado. Pero esta línea de pensamiento a que Strawson puede dar lugar es inaceptable; no hay razón por la que la expresión de "El rey de Francia es calvo" no deba hacerse afirmativamente, por ejemplo por un francés monárquico, o por alguien que creyese erróneamente que Pompidou era rey; así que tales expresiones no necesitan compartir la más acertada contextura de los otros ejemplos de usos espúreos de Strawson. Hay, sin embargo, objeciones bien conocidas a las sugerencias de que los ítems de que la lógica se ocupa son afirmaciones –puede difícilmente mantenerse por ejemplo que el antecedente de un condicional es una afirmación.

De modo que los argumentos de Strawson para la posición conservadora de no modificación son, pienso, menos aceptables que los de Frege, más francamente pragmáticos.

(*c*) Quine señaló [1954] un argumento que fundamenta la conclusión de que en realidad no se requiere ninguna modificación de la lógica para hacer frente al segundo problema, el de la posibilidad de un universo vacío. El argumento descansa en la conveniencia formal de un cálculo de predicados válidos sólo en dominios no vacíos. Como observa Quine, si D es cualquier dominio no vacío, cualquier fórmula cuantificacional bien formada que resulte verdadera bajo toda interpretación en todo dominio mayor que D, también resulta verdadera bajo toda interpretación en D; esto es, todos los pequeños dominios *excepto* el vacío pueden ser incluidos sin más problemas. Además, como Quine señala, hay un test sencillo para detectar las fbf del

cálculo de predicados que son inválidas en el dominio vacío; escríbase "*v*" para toda fbf que empiece con un cuantificador universal, "*f*" para toda fbf que empiece con un cuantificador existencial y hágase la tabla de verdad. La postura de Quine podría quizás describirse así: el cálculo clásico de predicados no puede ser completamente correcto, pero es menos molesto que cualquier modificación que hiciera frente al conjunto vacío, y después de todo es siempre posible decir *dónde* no es completamente correcto. (Como un científico puede argüir: esta teoría es correcta sólo dentro de un cierto alcance de aplicaciones, pero el alcance en cuestión es el que se encuentra más comúnmente y una teoría más amplia debería ser más complicada. Y no hay peligro de que el uso de la teoría incorrecta en sentido estricto nos lleve a error, pues uno puede decir en qué casos la teoría no funciona.)

Cohen evidentemente ve esta actitud de Quine como el afilado extremo de un escollo bastante indeseable:

> Si la economía metodológica puede ser adquirida aquí al precio de la no amplitud, entonces ¿por qué no también en cualquier sitio? El camino parece abierto a aquellos que desarían descuidar la lógica del discurso no extensional porque toda la matemática clásica es extensional y propugna otras economías similares... *Se esquiva y no se resuleve el problema de la sistematización una vez que el ideal de la no amplitud es sacrificado por consideraciones de economía.*
>
> ([1962], p. 260, las cursivas son mías.)

Los comentarios en cursiva sugieren que la opinión de Cohen sobre la posición de Quine es que abre camino a los abusos. Y el hecho de que Quine invariablemente se detenga permitiendo en la práctica cualquier cambio a pesar de que su epistemología es tal como para admitir en principio la posibilidad de cambio de lógica, sugiere que este argumento resbaladizo puede estar enteramente mal dirigido.

Hay una cuestión sin embargo que requiere atención antes de que la posición de Quine pueda ser propiamente aseverada: la extensión que debería tomar el cálculo de predicados en su complejificación para aplicarlo al dominio vacío. El precio en términos de simplicidad puede o no tener más peso que el beneficio en términos de su alcance; no es posible decidir cuando se da esto sin algún conocimiento de qué sacrificio de simplicidad se requiera. Hay un peligro de que el conservadurismo de Quine pueda llevarle a sobreestimar la pérdida de simplicidad que conlleva un cambio de lógica.

Cohen mismo, sin embargo, a pesar de que pone objeciones a este argumento de Quine, estaría aparentemente de acuerdo con la conclusión de que no se necesita modificación para hacer válida la lógica en el universo vacío. Pues piensa que el universo vacío es autocontradictorio –es decir, que los teoremas que lo excluyen *son* los puramente lógicos. Como yo lo entiendo, la razón de Cohen para pensar que un universo vacío es contradictorio es que afirmaciones tales como "No hay caballos alados" son siempre como expresiones elípticas ("No hay caballos alados *en la tierra*") que contienen una referencia implícita a un dominio. Pero no ofrece argumen-

to alguno de porqué es esto así, sólo afirma que no puede haber afirmaciones (verdaderas) de la forma "No hay caballos alados (en absoluto en ningún sitio)".

Se debe confesar que es difícil dar razones claras para la intuición que fundamenta la opinión de que los teoremas existenciales son "molestos", de que el que algo exista no es una verdad lógica (o necesaria, o analítica). Lambert argumenta en contra porque esto no es verdad en todo mundo posible, en particular no es verdad en un universo vacío. Pero naturalmente este argumento, aunque tenga un atractivo intuitivo, carece de fuerza de convicción en vista de la obscuridad de "posible" en mundo posible. Parte de la dificultad es que uno, en el presente contexto, difícilmente puede intentar responder la cuestión de si el que algo exista es una verdad lógica por referencia a un sistema formal clásico o de otro tipo mientras cualquier consideración relevante no formal sea inevitablemente vaga.

Las reacciones consideradas hasta ahora son muy conservadoras, no incluyen modificación de la lógica. Una posibilidad estricta más radical es:

(ii) La acomodación de los términos que no denotan podría ser lograda por cambios en la forma de traducir al formalismo lógico.

La solución de Russell es efectivamente de este tipo ya que la teoría de descripciones requiere que las sentencias que contengan descripciones definidas o nombres propios ordinarios construidos como descripciones definidas solapadas serían traducidas, de acuerdo con la definición contextual del operador de descripción, por sentencias formales en las que no aparecen términos singulares. Esta solución corresponde a lo que se llamó en el cap. 3 la tesis de la forma engañosa; Russell desde luego comenta que su teoría muestra que la forma gramatical de ciertas sentencias es engañosa en su forma lógica, y es de él de donde he tomado esta terminología.

Los argumentos de Russell para su teoría –que yo he reconstruido en su proceso racional– son como sigue:

(1) Si una expresión es desde el punto de vista lógico un nombre propio, debe haber algún objeto de conocimiento que lo denote. Desde el punto de vista lógico los nombres propios están *garantizados* en cuanto a su denotación.

Dadas las limitaciones que Russell impone al conocimiento, la clase de nombres propios lógicos resulta ser muy restringida. De acuerdo con [1910] el conocimiento es sólo de datos de los sentidos y así sólo "esto" y posiblemente "yo" cuentan como nombres propios lógicos. En este sentido *ningún* nombre propio ordinario es lógicamente propio a pesar de que a veces Russell usa "nombre propio lógico" más libremente incluyendo nombres de personas (o lugares, etc.) que se "conocen" en un sentido no estipulado por su técnica gnoseológica. Un sujeto lógico, de acuerdo con Russell, es una expresión que está por un particular al que se atribuye una propiedad en el conjunto de la proposición o juicio. Pero Russell acepta como un princi-

pio epistemológico fundamental que cualquier proposición que pueda ser comprendida debe estar compuesta enteramente por constituyentes conocidos. Y los nombres propios lógicos son por definición expresiones que están directamente por objetos de conocimiento. Así

(2) Sólo un nombre propio lógico puede darse como sujeto lógico de una sentencia.

(3) Así, si "El rey de Francia" fuese el sujeto lógico de "El rey de Francia es calvo", tendría que ser un nombre propio lógico (por (2)).

(4) Pero, si "El rey de Francia" fuese un nombre propio lógico, tendría que haber algún objeto que este nombre denotara.

(5) Pero "El rey de Francia" no denota un objeto real.

(6) Y los objetos *irreales* son inadmisibles

así que

(7) "El rey de Francia" no es un nombre propio lógico y por tanto no es el sujeto lógico de "El rey de Francia es calvo". (Por (4), (5) y (6).)

de modo que

(8) La forma lógica de "El rey de Francia es calvo" difiere de su forma gramatical, sólo gramaticalmente es una sentencia de sujeto predicado. "El rey de Francia" no es un nombre propio *lógico* sino un símbolo incompleto contextualmente definidido.

Russell sostiene las premisas (5) y (6) argumentando en contra de las teorías de Frege (que propuso estipular un objeto real, por ejemplo el número 0, para denotar términos de otra forma no denotativos) y de Meinong (que permitió a los términos no denotativos estar por objetos irreales).

En [1905] Russell hizo dos objeciones a Frege. La primera que su teoría es artificial –lo cual, a pesar de ser verdad, es inconcluso, especialmente en vista del hecho de que otros autores, p. ej. Strawson, encuentran la propia teoría de Russell artificial. La segunda objeción toma la forma de un argumento muy confuso contra la distinción fregeana de sentido/referencia. Sin embargo la sugerencia de Frege de que se asignen arbitrariamente objetos denotados a términos que de otra forma no denotarían, hasta donde yo veo, de ningún modo depende de su teoría de sentido/referencia. No es necesario examinar este argumento con detalle. Russell no tiene un argumento muy fuerte contra la posición conservadora de Frege.

Una objeción que Russell hace a Meinong es que su teoría manifiesta un inadecuado sentido de la realidad –un criticismo que parece bastante irónico cuando uno recuerda que Meinong se había quejado de un injustificable prejuicio de los metafí-

sicos como el que él comete. Más estrictamente Russell objeta que la teoría de Meinong es apta para infringir la ley de contradicción pues permite:

(*i*) que el existente rey de Francia existe y también que no existe

y

(*ii*) que el círculo cuadrado es redondo, y también que no es redondo.

Más tarde, en su revisión de la *Untersuchunger zur Gegenstands theorie und Psychologie* de Meinong (Russell [1905 a]) ataca además lo que la teoría implica sobre

(*iii*) que el círculo cuadrado existente existe.

Durante algún tiempo el vigoroso ataque de Russell impidió la discusión ulterior de la teoría de Meinong, pero se ha sugerido recientemente que la crítica de Russell está basada en una mala interpretación. Linsky por ejemplo argumenta en [1967] que el criticismo de Russell no es concluyente porque Meinong nunca dijo que los cuadrados redondos, quimeras, etc. existan. Sin embargo, a pesar de que es verdad que Meinong no dijo esto, resulta que no es tampoco cierto lo que hace decir a Russell. El asunto requiere más atención.

La crítica de Russell parece enfocarse hacia las consecuencias de la teoría del *Sosein* de Meinong (ver Meinong [1904]). De acuerdo con el principio de independencia del *Sosein* del *Sein*, los objetos (por lo que Meinong quiere decir, objetos intencionales) tienen características existenciales; la montaña de oro, por ejemplo, es de oro, incluso siendo irreal. (*ii*) de arriba se sigue de este principio –Meinong mismo lo declara:

> No sólo que está hecha de oro la montaña en cuestión, sino que el cuadrado redondo es con seguridad tan redondo como cuadrado.
>
> ([1904], p. 122.)

Como era de esperar a la vista de este texto, Meinong se impresionó poco por la crítica de Russell a este respecto. Las excepciones a los principios lógicos restringidas a objetos imposibles no son, como él replica ([1915], p. 278), alarmantes en absoluto (ver Findlay [1933], p. 104). Meinong negó sin embargo que su doctrina del *Sosein* implique (*i*) o (*iii*), pues la existencia, argumenta, no puede ser "parte de la naturaleza de un objectum", por lo que parece querer decir que la existencia no es una propiedad y por tanto la doctrina del *Sosein* no se le puede aplicar. Se piense lo que se piense sobre la postura de Meinong de que la existencia no es una propiedad, hay que reconocer que en realidad es una opinión con muchos adictos; además, en vista de la doctrina de Meinong de la "indiferencia de los objetos puros al ser" (Aussersein des reinen Gegenstandes), su atractivo es difícilmente *ad hoc*.

La solución se convierte entonces en tesis (*ii*) que desde luego se sigue de la teoría de Meinong. El problema es ¿es (*ii*) realmente cuestionable como pensó Russell o inofensiva como pensó Meinong? La respuesta, pienso, es bastante complicada ya que si la teoría de Meinong se toma (según él no intentó) como proponiendo una solución al problema de tratar formalmente términos que no denotan, es cuestionable. Pero si por el contrario fueran permitidas descripciones definidas y empleadas las usuales reglas de inferencia resultarían inconsistencias en forma de teoremas tales como

$$\vdash F\{(\imath x)\,Fx \,\&\sim Fx\} \,\&\sim F\{(\imath x)\,Fx \,\&\sim Fx\}.$$

Así, Russell lleva razón al rechazar la solución a su problema formal que sugiere la teoría de Meinong. No estoy diciendo naturalmente que la teoría de Meinong es enteramente correcta informalmente, sino que es formalmente inconsistente, pero aunque su teoría fuera consistente debería permitir en un sistema formal la propuesta de que puede estar pensada para mantener los términos singulares –denotadores, no denotadores e incluso contradictorios– (ya que todos los objetos han sido al menos en el más débil sentido Quasisein o Aussersein) resultados en un sistema inconsistente.

La propia conclusión de Russell –de que los sujetos gramaticales de sentencias como "El rey de Francia es calvo" no son lógicamente nombres propios, sino símbolos incompletos– se sigue inmediatamente una vez que han sido rechazadas las alternativas de Frege de que tales expresiones denotan objetos reales y de Meinong de que denotan objetos irreales. En el análisis de Russell de:

(*a*) $G\{(\imath x)\,Fx\}$

o sea

(*b*) $(\exists x)\,(Fx \,\&\,(y)\,(Fy \equiv x = y) \,\&\, Gx)$

no aparecen términos singulares: la forma de sujeto predicado de la sentencia se ha desvanecido.

Dado este análisis,

(*c*) $(\exists x)\,Fx$

es una consecuencia lógica de (*a*); y así se hace necesario para Russell distinguir dos sentidos de la negación de (*a*):

(*d*) $(\exists x)\,(Fx \,\&\,(y)\,(Fy \equiv x = y) \,\&\sim Gx)$

y

$(e) \quad \sim (\exists x)\,(Fx \,\&\, (y)\,(Fx \equiv x = y) \,\&\, Gx).$

Los principios lógicos que se aplican a las constantes (que son la analogía formal de los nombres propios lógicos) no se aplican a descripciones definidas. Esto permite a Russell resolver los problemas que él mismo había visto al comienzo de "On Denoting". (Esto también quiere decir que la teoría de Russell implica alguna modificiación, aunque menor, de las reglas de inferencia.)

Vale la pena observar que la teoría de Russell resuelve sólo el primero de los problemas, el que trata acerca de los términos no denotadores, no afecta a la exclusión del universo vacío. Sería posible atacar el segundo problema como el primero si se adoptase una posición más radical.

(iii) Se podría permitir la modificación del aparato deductivo pero restringida al nivel del cálculo de predicados.

Esto es, sólo serían cambiados axiomas o reglas en los que intervinieran cuantificadores. Esta reacción es la más sencilla en el sentido de que se admite que sus suposiciones existenciales constituyen un genuino problema para la cálculo clásico de predicados, y así el cálculo es modificado de manera que se evite el problema. Esta es quizás la causa de que no se necesite ningún especial argumento para esta clase de modificación. Las reacciones menos radicales tratan el problema creado por los supuestos existenciales como *menos* serio de como parece a simple vista evitando la necesidad de modificación; las reacciones más radicales tratan el problema como *más* serio de como se presenta en orden a motivar la modificación más allá del cálculo de predicados.

Las modificaciones del cálculo clásico de predicados que han sido propuestas se discuten detenidamente en Schock [1968], así que no daré más que un breve resumen de las posibilidades que han sido exploradas.

Las modificaciones apropiadas pueden tener en cuenta uno de los problemas originales (de vacuidad de términos y de universo vacío) o –y esto sería seguramente preferible si fuese factible– ambos. Algunos sistemas han sido propuestos (por Jaskowski, Mostowski [1951], Hailperin [1953], Quine [1954] y Schneider [1961]) que son válidos en el dominio vacío, pero que, no teniendo constantes, son tales que el primer problema no aparece.

Pero los sistemas han sido inventados intentando cubrir ambos problemas. La idea usada nos lleva a Leonard quien propuso en [1956] que la regla de la generalización existencial

$$Fa \vdash (\exists x)\, Fx$$

debería ser reemplazada por una regla más débil:

$$Fa, a \text{ existe} \vdash (\exists x)\, Fx.$$

Leonard usaba una compleja y bastante insatisfactoria definición modal de "existe". El análogo formal

$$(\exists x)\,(x = a)$$

–"*a* es algo" como Quine netamente expuso– es comúnmente usado por escritores posteriores.

El sistema de Hintikka en el que la regla de generalización existencial es reemplazada por

$$Fa, (\exists x)\,(x = a) \vdash (\exists x)\, Fx$$

puede, según él dice,

> verdaderamente afirmarse que es una *lógica sin presupuestos existenciales* ([1959], p. 135.)

carece de todos los teoremas problemáticos tanto los inválidos en el universo vacío como los inválidos si se permiten términos vacíos. Belnap sin embargo argumenta que Hintikka se equivoca sobre esto –se demuestran sentencias en su sistema que son falsas en el dominio vacío. Como ocurre con el sistema de Hailperin-Leblanc ([1959]), su sistema no tiene éxito al resolver el segundo problema. Schock dice de su sistema [1968] que no sólo restringe la generalización universal y existencial a los existentes sino que hace otros cambios en las reglas de cuantificación, logra excluir los teoremas falsos para términos vacíos y los teoremas falsos del dominio vacío.

Se puede pensar que una modificación más amplia que ésta, la modificación que se extiende hasta el cálculo proposicional, no podría ser justificada puesto que los teoremas molestos envuelven esencialmente cuantificadores. Pero más de un escritor ha argumentado que los problemas que aparecen en el cálculo de predicados son síntomas de dificultades profundamente asentadas.

(iv) La reacción más radical requiere modificación en el nivel del cálculo proposicional

Se abandona la bivalencia puesto que en las sentencias que contienen términos no denotativos se requiere que no sean ni verdaderas ni falsas. El resultado de modificación tan radical no es necesariamente desastroso. Se ha argumentado que tales sentencias están en relación lógica de *presuposición* con las correspondientes sentencias existenciales, y la presuposición, de acuerdo con la definición de Frege:

S_1 presupone S_2 = df. S_1 no es verdadera ni falsa a menos que S_2 sea verdadera

sólo puede ser adecuadamente formalizada en una lógica no bivalente.

A pesar de que la palabra "presuposición" ha sido usada antes en este contexto (p. ej. Land [1876]), Frege fue el primero en darle un sentido claro y un soporte sustancial teórico. El apoyo teórico proviene de la teoría fregeana de sentido/referencia. La distinción sentido/referencia fue inventada para resolver el rompecabezas sobre los enunciados de identidad: cómo podría

(*i*) La estrella de la noche = La estrella de la mañana

diferir en "valor cognoscitivo" de, es decir ser más informativo que

(*ii*) La estrella de la noche = La estrella de la noche

dado que tanto (*i*) como (*ii*) son verdaderas? Pues, si la estrella de la mañana es la estrella de la tarde ¿no deberían contar (*i*) y (*ii*) como la misma cosa? La solución de Frege es que mientras la *referencia* de "La estrella de la mañana" es la misma que la referencia de "La estrella de la tarde" (que es por lo que (*i*) es verdadera), estas expresiones tienen sentidos diferentes y esta diferencia cuenta para los diferentes valores cognoscitivos de (*i*) y (*ii*).

La distinción sentido/referencia nacida originalmente para explicar términos simples, se extiene para cubrir toda expresión.

Expresión	*Sentido*	*Referencia*
Nombre propio (= nombres propios ordinarios y descripciones definidas)	Significado de la frase denotativa	Objeto
Predicado	Significado de la expresión predicativa (?)	Concepto
Sentencia	Proposición	Valor de verdad

Que la referencia de una sentencia debería ser su valor de verdad es una consecuencia de la suposición de Frege de que el sentido/referencia de una expresión compuesta depende del sentido/referencia de sus partes. Frege argumenta como sigue: si algún componente de una sentencia es reemplazado por otro con diferente sentido pero la misma referencia, como en:

(*a*) Isabel II tiene cuatro niños

(*b*) La reina de Inglaterra tiene cuatro niños

entonces la proposición expresada por la sentencia (su sentido) se altera, pero su valor de verdad permanece el mismo. Así el valor de verdad que es invariante bajo cambios co-referenciales de los componentes debe ser la referencia de la sentencia.

En el caso de operadores sentenciales no extensionales, tales como los verbos de actitud proposicional, hay aparentes contraejemplos de la teoría de Frege: por ejemplo, a pesar de que "2 + 2 = 4" y "La aritmética es incompleta" son presumiblemente co-referenciales pues ambas son verdaderas, no pueden ser intercambiadas sin cambiar de valor de verdad en el contexto:

Todo colegial sabe que...

Pero Frege evita esta dificultad distinguiendo entre la referencia directa e indirecta de expresiones, identificando la referencia indirecta con el sentido habitual y estipulando que en contextos indirectos las expresiones tienen no su referencia habitual sino su referencia indirecta. Así en

Todo colegial sabe que 2 + 2 = 4

la referencia del contenido de la sentencia tiene su sentido acostumbrado, o sea, la proposición de que 2 + 2 = 4; y así, puesto que la referencia indirecta de "La Aritmética es incompleta", o sea, la proposición de que la aritmética es incompleta, difiere de la anterior. El aparente contraejemplo fracasa porque en el fondo no es un ejemplo de sustitución co-referencial.

Las consecuencias de la teoría del sentido/referencia para la cuestión de los términos que no denotan puede ser derivada[3] de los principios:

(1) que todas las expresiones, tanto las sentencias como sus componentes, tienen ambas sentido y referencia,

(2) la referencia de un nombre propio es el objeto denotado y la referencia de una sentencia es su valor de verdad y,

(3) que la referencia de una expresión compuesta depende de la referencia de sus partes

Se sigue de estos principios que si una sentencia contiene un término singular que

---

[3] Frege mismo no usa la teoría de sentido/referencia para establecer esta conclusión sino que apela, en apoyo de su tesis de que la referencia de una sentencia es su valor de verdad, a la intuitividad de que una afirmación tal como

Odiseo fue puesto en tierra de Itaca mientras dormía profundamente

aunque tiene un sentido completamente bueno, no se le puede asignar valor de verdad. Esta diferencia de procedimiento no es, sin embargo, importante para el propósito presente.

carece de referencia, entonces la sentencia misma debe carecer de referencia, esto es, no debe tener valor de verdad.

En la teoría semántica de Frege entonces, una sentencia que contiene un término no denotativo, a pesar de que tenga un sentido perfectamente bueno, carece de valor de verdad. Así, ni una sentencia ni su negación tienen valor de verdad a menos que sus componentes denoten. Como Frege explica, ambas

(*a*) Kepler murió en la miseria

y

(*b*) Kepler no murió en la miseria

presuponen que "Kepler" denota algo, esto es, no son verdaderas ni falsas a menos que "Kepler" denote algo. Por otro lado él argumenta que la negación de (*a*) no sería (*b*) sino

(*c*) Kepler no murió en la miseria, o "Kepler" no denota.

(Desde luego en la teoría de Russell en que "Kepler murió en la miseria" implica más que presupone que " "Kepler" denota algo" hay una ambigüedad en esta negación. Pero Frege toma esta consecuencia como inaceptable.)

Frege mismo no favoreció la posición que su teoría apoya; más que desarrollar un cálculo no bivalente en el que la presuposición podría ser formalizada, él prefiere rechazar del todo los términos no denotadores y así retener la bivalencia.

Strawson también usa un argumento que motivaría la adopción de una lógica no bivalente. Dice, en oposición a Russell, que "El rey de Francia es calvo" no implica, pero presupone "El rey de Francia existe". En [1950] no quedó claro como se entiende el "presupone", también queda ambiguo incluso si la presuposición se entiende como una relación lógica o epistemológica; pero en [1952] y [1954] Strawson adopta la definición[4] de Frege.

Ya que la presuposición así definida no puede ser interesantemente formalizada en un sistema bivalente –donde todas las fbf presupondrían las tautologías– parece necesitarse un sistema no bivalente. Qué clase de sistema no bivalente es el apropiado es cuestión discutida. Se han propuesto tres sistemas cada uno con la intención de formalizar la "presuposición" de Frege, dos de ellos (el de Smiley y el de Woodruff) polivalentes, el tercero (de van Fraassen) no veritativo funcional.

---

[4] En vista del empeño de Strawson de que las relaciones lógicas se dan sólo entre enunciados, esto requiere su admisión de que las declaraciones de "El rey de Francia es calvo" constituyen enunciados (*contra* su argumento del no ítem), pero los enunciados que no son ni verdaderos ni falsos [1950] constituyen una ambigüedad entre la tesis del "no ítem" y la tesis del "hueco de valor de verdad"; [1964] es más claramente a favor de lo último, aunque no del todo.

La mayor diferencia entre los cálculos trivalentes de Smiley y Woodruff es que el primero pero no el segundo, obedece al principio de que siempre que un componente de una fbf carece de valor de verdad, carece de valor de verdad toda la fbf. (Esto se da más estrictamente hablando para las conectivas *primarias* de Smiley.) Esta cláusula, de momento, es un punto a favor de sistema de Smiley, pues es un principio de la teoría del sentido/referencia de Frege que la referencia de una sentencia depende de la referencia de sus partes, así que carecerá de referencia si sus partes carecen de referencia. Woodruff tiene dos argumentos contra el principio de entrada-resultado de la falta de valor de verdad. El primero es que Bochvar y Halldén, que emplean matrices de acuerdo con este principio, identifican la falta de valor de verdad con la falta de significado, identificación que habría sido inaceptable para Frege. Este argumento es completamente inconclusivo pues del hecho de que algunos escritores que usan estas matrices lo hagan por una razón que Frege habría rechazado, no muestra en absoluto que las matrices no sean las más apropiadas para la posición de Frege. El segundo argumento de Woodruff es que, si se supone que el lenguaje tiene la estructura de laticia, entonces, si las matrices del principio entrada-resultado de falta de valor de verdad fuesen usadas, "verdadero" "falso" y "falto de valor de verdad" serían incompatibles. Pero este argumento no concluye tampoco, pues la suposición de que el lenguaje tiene la estructura de laticia equivale a la suposición de que

$$A \vdash A \vee B$$

que podría ser falsa dadas las matrices de Bochvar-Halldén-Smiley en donde si "A" es verdadera pero "B" carece de valor de verdad, "$A \vee B$" carecerá de valor de verdad.

Van Fraassen reclama para su teoría la ventaja de que, siendo no veritativo-funcional, formaliza los huecos de valor de verdad más que los valores de verdad intermedios. Pero, como he argumento en el cap. 3, esta reclamación no consigue sus fines. La otra ventaja pretendida por su teoría es el conservadurismo que tiene –todas las tautología clásicas permanecen como teoremas. Pero Lambert (que está a favor de esta sugerencia) se da cuenta de que quizás no sea en el presente contexto un logro tan claro. Se podría dudar si es intuitivo mantener LTE para sentencias que contengan términos sin denotación. (Ver Lambert [1969].)

Así el sistema más prometedor para formalizar la presuposición parece ser el de Smiley. La intención es que la asignación de "u" se toma como *carente* de valor de verdad más que como carente de algún valor intermedio. En este sistema las conectivas primarias obedecen al principio fregeano, aunque las secundarias definidas en términos de las primeras y "v" ("es verdad que") no lo estén. "Presupone" es definido como

$$A \text{ presupone } B = \text{df. } A \vdash B \text{ y } \sim A \vdash B$$

que tiene la (deseable) consecuencia de que

(*i*) si *a* tiene una ocurrencia primaria en *A*, *A* presupone "*a* existe"

y

(*ii*) si $(\imath x)\,A$ tiene una ocurrencia primaria en *B*, *B* presupone "$(\exists_1 x)\,Ax$".

3. ALGUNOS COMENTARIOS A ESTAS ALTERNATIVAS

Ha llegado a ser evidente, pienso, que las alternativas consideradas tienden a ser *o* conservadoras más sencillas y de alguna manera restringidas en alcance *o* radicales más complejas y más amplias en alcance. Se las podría ordenar en términos de complejidad creciente y alcance decreciente:

La más sencilla El alcance más restingido	⟶		La más compleja El alcance más amplio
rehusa cualquier modificación	estrategia de la forma engañosa	modifica el cálculo de predicados	modifica el cálculo proposicional
(1)	(2)	(3)	(4)

En vista de esto, decidir entre ellas parece difícil puesto que dos *desiderata*, simplicidad y comprensividad, entran en conflicto. Si la pérdida de alcance debida al fracaso de la lógica clásica en el dominio vacío resulta no ser muy seria, será alegremente aceptada como el precio de la simplicidad. Esto, pienso, es la posición que Quine adopta en [1954]. Si esta pérdida y la pérdida debida al fracaso en el encuentro con los términos vacíos resulta ser importante, un incremento de complejidad será alegremente aceptado como el precio de un alcance adecuado. Esta es la actitud de Schock. Y si se pensase que la presuposición es una interesante relación lógica, especialmente si tenía aplicación en el caso de las sentencias con frases no denotativas, esto puede motivar la adicional complejidad envuelta en llevar la modificación hasta el nivel del cálculo proposicional. Van Fraassen que confía (ver [1968]) en que la noción de presuposición pueda también ser usada para proveer una solución a las paradojas semánticas, adopta esta actitud.

Las perspectivas para una conclusión firme y sólidamente fundada de que una de estas alternativas es claramente preferible a las otras no parece sin embargo muy prometedora.

Así es una ayuda encontrar una nueva alternativa que permita combinar conservadurismo y amplitud, y sería presumiblemente preferible esta al conservadurismo estrecho y a las propuestas radicales pero amplias.

4. UNA PROPUESTA BASTANTE CONSERVADORA

La lógica –como observé con lo que puede haber parecido demasiada precaución– *parece haber* cometido algunas suposiciones existenciales. Parece haber cometido estas suposiciones porque tiene ciertos teoremas los cuales, si el cuantificador existencial se lee en la forma usual "hay (al menos un) objeto tal que...", hace explícitamente declaraciones de existencia.

Esta lectura del cuantificador que Quine llama interpretación "objetual", es estandard. Pero hay una alternativa, la interpretación "sustitutiva". En esta interpretación

$$(\exists x)\, Fx$$

se lee: alguna instancia de sustitución de "*Fx*" es verdadera, y

$$(x)\, Fx$$

se lee: todas las instancias de sustitución de "*Fx*" son verdaderas. Esta interpretación es a veces empleada por Russell, p. ej. en [1905]. Es sugerida –a pesar de que difieren de alguna manera– por la de Lejewski [1955] el cual, a su vez, se inspiró en la ontología de Lesniewski. Su más claro porponente es sin embargo Marcus, que presenta argumentos a favor en [1962] y [1963].

Está claro que si los "teoremas molestos" son interpretados por este camino, cesan de ser molestos y ya no aparece más la necesidad de la modificación de la lógica para evitarlos. Pero antes que uno pueda concluir que esta interpretación es la solución o mejor la disolución de los problemas, la cuestión de la posibilidad de la postura sustitutiva necesita ser investigada.

En favor de la postura sustitutiva, además de su éxito en el trato del problema del compromiso existencial, Marcus menciona dos argumentos. El primero es que evita problemas que surgen concernientes al tiempo de "hay" si se da la interpretación objetual al cuantificador existencial. Este problema es discutido con alguna longitud en Strawson [1952], pp. 150-1. Pero este argumento en favor de la interpretación sustitutiva no es muy convincente puesto que *si* hay realmente un problema sobre el tiempo del "hay" caso de que "$(\exists x)\, Fx$" se lea "*Hay* al menos un objeto que es *F*") (lo cual confieso que lo dudo) entonces hay seguramente también un problema sobre el tiempo de "hay" si "$(\exists x)\, Fx$" se lee "alguna instancia de sustitución de "*Fx*" es verdadera".

El segundo argumento sin embargo parece tener más fuerza. Es que la interpretación sustitutiva evita dificultades en la lógica modal con cuantificadores. Quine, naturalmente, es escéptico sobre si la noción de necesidad puede aclararse y extiende sus dudas sobre su inteligibilicad hasta la lógica proposicional modal. Pero al menos cuando los operadores modales están confinados al papel de operador sentencial,

pueden ser entendidos sin el alcance del "primer grado de dificultad modal" de Quine donde "necesario" y "posible" son tratados como predicados de sentencias. Pero cuando la lógica modal *cuantificada* está enfocada con operadores modales que permiten gobernar sentencias *abiertas*, se hace más dudosamente inteligible. Por ejemplo la sentencia:

(1) L (La estrella de la noche = La estrella de la mañana)

implica

(2) $(\exists x)\, L$ (x = La estrella de la noche)

y esto ("Hay algún objeto que es necesariamente idéntico con la Estrella de la noche") da lugar a algunas cuestiones muy embarazosas: ¿qué objeto? ¿La estrella de la noche? pero *este* es el mismo que la estrella de la mañana, y la estrella de la mañana no es *necesariamente* idéntica a la estrella de la noche –preguntas que Quine no demora en explotar en detrimento de la lógica modal cuantificada (ver Quine [1947], [1953], [1960]). El profesor Marcus argumenta sin embargo que (2) *no* provoca cuestiones tan embarazosas si se lee sustitutivamente (Alguna instancia de sustitución de "L (x = La estrella de la noche) es verdadera"). Naturalmente esta propuesta no resuelve el problema del fracaso de la ley de Leibniz concerniente a fórmulas sin cuantificadores. Y se podría argumentar que cualquier solución realmente satisfactoría se debería aplicar a ambas fórmulas: la cuantificada y la no cuantificada.

Se ha sugerido también que la interpretación sustitutiva puede dar alguna luz a los problemas creados por la cuantificación en los contextos de creencia. Por ejemplo el fracaso aparente de la generalización existencial que va de

(3) Tomás cree que el Dr. Pickwick es el vicecanciller

a

(4) $(\exists x)$ (Tomás cree que x es el vicecanciller)

es *sólo* aparente si (4) se lee no como "Hay alguien que Tomás cree que es el vicecanciller" sino como "alguna instancia de sustitución de "Tomás cree que x es el vicecanciller" es verdadera". Sin embargo la misma precisión que la hecha arriba se necesita aquí: la interpretación sustitutiva dejará intactos los problemas concernientes a la fórmula no cuantificada.

La interpretación sustitutiva también ofrece, prima facie, una simplificación de la definición de verdad evitando el usual rodeo via satisfacción de sentencias abiertas por secuencias infinitas y poniendo en cuenta una definición directa de las condiciones de verdad de las sentencias cuantificadas en términos de la verdad de las sentencias atómicas. Pero la definición resultante ha dado lugar a críticas. Wallace

argumenta en [1971] que para teorías con dominios infinitos la definición simplificada de la verdad tiene un inconveniente: no satisface la condición de Tarski de suficiencia material. Esto es, no toda instancia de (*V*) puede ser derivada de ella. Consideremos cómo uno puede intentar probar:

$$V\text{“}(x)\ Fx\text{”} \supset (x)\ Fx$$

(la mitad de una instancia de (*V*)). Suponiendo el antecedente uno puede derivar de la cláusula relevante de una definición sustitutiva de verdad:

$$V\text{“}Fa\text{”}\ \&\ V\text{“}Fb\text{”}\ \&\ V\text{“}Fc\text{”}\ \&\ \ldots \text{ etc.}$$

Para una teoría con un dominio infinito esta conjunción será infinitamente larga. Pero la conclusión deseada puede ser derivada sólo de la conjunción en total y no de un segmento finito de ella. Así la derivación no puede ser completada en un finito número de pasos. Tampoco en el caso de la aritmética puede ser superada esta dificultad añadiendo teoremas (ver Wallace [1971], especialmente pp. 204-5). Así pues queda sin solución un inconveniente en la presente propuesta. Pero en vista del hecho de que (como he argumentado con detalle en el cap. 3) la modificación de la lógica también a veces implica sacrificio del esquema (*V*), no es, quizás, una objeción aplastante.

Hay otra objeción hecha por Quine. Puesto que dada la consonancia de esta objeción con el punto de vista “lingüístico” de Quine sobre la necesidad, uno podría haber esperado que aceptara la cuantificación sustitutiva, su objeción debería hacer consideraciones serias. Que la interpretación sustitutiva difiere de la objetual de una forma importante que es llegar a admitir diferencias en cuanto al valor de verdad. Esto es así sólo mientras todo objeto en el universo del discurso tiene un nombre. Pero supongamos que algún miembro del universo del discurso no tiene nombre y es el único miembro que tiene una cierta propiedad *F*; entonces

$$(\exists x)\ Fx$$

es verdadera en la interpretación objetual, pero falsa en la sustitutiva. Ya que los números naturales pueden servir, muchos (denumerable) nombres son asequibles, pero la cuantificación sustitutiva amenaza demoler las teorías con dominios no denumerables. Si la situación que Quine prevee fuera a aparecer esto contaría por supuesto contra la interpretación sustitutiva. Sin embargo su objeción puede ser admitida al señalar que el teorema de Löwenheim-Skolem que establece que cualquier teoría que tiene un modelo tiene un modelo denumerable, garantiza que esta situación *no* aparezca[5]. No podría ser el caso como Quine quiere de que:

[5] Encuentro que esta réplica a la objeción de Quine es también hecha por Wallace.

> una cuantificación existencial puede resultar verdadera cuando se construye en el sentido ordinario gracias a la existencia de números reales apropiados, y falsa cuando se construye en el sentido del profesor Marcus si casualmente esos números reales apropiados resultan ser cada uno inespecificable.
>
> ([1962], p. 181.)

Creo, entonces, que esta objeción de Quine fracasa. Es quizás importante resaltar que la oposición de Quine a la cuantificación sustitutiva está conectada con un criterio de compormiso ontológico: ser es ser el valor de una variable (ver p. ej. [1951]) Este criterio está claramente sostenido por la postura usual: lectura objetual del cuantificador existencial, y amenazado por la lectura sustitutiva. Quine mismo no usa su criterio ontológico para combatir la interpretación sustitutiva, al contrario, usa el (pretendido) fracaso de la interpretación sustitutiva para sostener su criterio ontológico. Pero ya que su objeción a la interpretación sustitutiva fracasa, vale la pena preguntar si hay razones convincentes en favor de su criterio ontológico además del rechazo de la interpretación sustitutiva. El mayor argumento de Quine en favor de su criterio ontológico es que el compromiso ontológico debe ser llevado a cabo por las variables de cuantificación porque los otros candidatos, los términos singulares, son eliminables ([1950]). Este argumento es inconcluso en vista del hecho de que las variables son –como Quine mismo explica en [1960]– ellas mismas eliminables en favor de operadores combinatorios. Aun más, han sido suscitadas por las críticas de Cartwright [1954], Sheffer y Chomsky [1959] serias dudas sobre si el criterio de Quine puede ser admitido sin producir consecuencias completamente inaceptables. Y la tesis de Quine de la indeterminación de la traducción que también incide en el aparato de la referencia, ha llevado a la relativización de los criterios ontológicos que reducen su utilidad. Así es dudoso en extremo si la viabilidad de la interpretación sustitutiva está amenazada por cualquier claro triunfo del criterio ontológico de Quine.

5. CONCLUSIONES

No estimo haber establecido sin lugar a dudas que la interpretación sustitutiva de los cuantificadores es "la solución" a los problemas considerados. Estimo sólo que es una sugerencia prometedora que ofrece ambos requisitos de simplicidad y alcance, y lo que es más, constituye una interpretación para la cual hay otras razones además de su utilidad en el presente contexto. Las sugerencias alternativas, a pesar de que cada una tiene sus virtudes, sufren el inconveniente de que en cada caso, *los desiderata* de simplicidad y comprensividad parecen ser conflictivos.

8 Mecánica cuántica

1. EL PROBLEMA

Un número de escritores ha sugerido que la adopción de una lógica no estandard daría una solución a ciertos problemas producidos por la mecánica cuántica: entre ellos están Birkhoff y von Neumann [1936], Destouches-Fèvrier [1937] y [1951], Reichembach [1944], Lambert [1969]. Estos autores difieren entre ellos mismos, sin embargo, respecto a los detalles de los sistemas divergentes propuestos y también respecto a las razones ofrecidas de por qué un sistema no estandard sería completamente necesario.

He oído discusiones de que la cuestión de si cualquiera de los argumentos ofrecidos en este contexto a favor de una lógica no estandard son aceptables o no, están en punto muerto. Se podría sugerir que los desarrollos de la mecánica cuántica desde [1940], en particular el desarrollo de la teoría cuántica de campos, ha seguido adecuadamente, entre los físicos mismos, con los problemas que en 1930 y 1940 a algunos les parecía demasiado fuerte llamar cambio de lógica. Por la continuación en el interés de propuestas de lógicas divergentes (p. ej. Piron [1964], Finkelstein [1969], Putnam [1969], Gardner [1971], [1972], Scheurer [1972]) es evidente que este punto de vista es, al menos, controvertido. Y aunque aquel punto de vista fuera correcto no quitaría interés a la disputa; pues esta disputa, vista como un episodio de la historia de la filosofía de la ciencia, correspondería al presente estudio. (Así que al lector que se sienta completamente satisfecho con el estado presente de la teoría cuántica, se le pide que lea este capítulo como una investigación de este episodio de la historia de la ciencia). Muchas de las consecuencias generales aptas para aparecer en conexión con cualquier propuesta para un cambio de lógica surgen de forma particularmente clara en este caso. Y así, a pesar de que hay una gran cantidad de detalles físicos que tendré que poner a un lado, creo que vale la pena intentar usando los resultados de la primera parte, aclarar algunos de los resultados suscitados por los argumentos usados por los proponentes y oponentes de una nueva lógica cuántica. Intentaré en lo posible evitar tecnicismos innecesarios sin evitar los necesarios.

2. LOS ARGUMENTOS PARA UN CAMBIO DE LOGICA

No todos los proponentes de las lógicas divergentes para la mecánica cuántica sienten la necesidad de ofrecer cualquier argumento serio de por qué se necesita un

cambio de lógica. Birkhoff y von Neumann, por ejemplo, dicen al principio de su escrito que:

> Uno de los aspectos de la teoría cuántica que ha atraido toda la atención general es la novedad de las nociones lógicas que presupone.
>
> ([1936], p. 823.)

a pesar de que más tarde mencionan que piensan que hay razones cuasi físicas y técnicas (cuestión que no especifican) para esta suposición. Dishkant comienza su escrito con igual confianza:

> La cuestión de qué sea la lógica del mundo atómico pertenece a ... la ciencia empírica. Se puede resolver solo por vía de hipótesis construidas y probadas.
>
> ([1972], p. 23)

Destouches-Fèvrier concluye que:

> Il n'y a pas una logique unique indépendante de tout contenu, mais dans chaque domanine une logique se trouve adequate. Il y a interdependance du logique et du physique, du formal et du réel.
>
> ([1951], p. 88)

sobre el poder de sus investigaciones de lógica no estandard para la física cuántica antes que ofrecer cualquier argumento independiente para la suposición de que puede haber razones físicas para un cambio de lógica. (Su recomendación de reforma *local* es interesante, sin embargo, en vista de los argumentos del capítulo 2). Lambert también ofrece bastante poco en el camino del argumento para un cambio de lógica: su mayor preocupación es proponer una clase diferente de sistema divergente que, según dice, es simple y más conservador que otros del agrado de otros autores.

El argumento de Reichembach

Reichembach, sin embargo, se mete en dificultades al presentar sus argumentos para un cambio de lógica. Su propuesta de que se debería adoptar una lógica trivalente se presenta como más aceptable que la sugerencia que él atribuye a Bohr y Heisenberg, de que ciertas oraciones de mecánica cuántica sean tratadas como faltas de significado[1] ([1944] p. 144). Reichembach argumenta que la única justificación de la propuesta de Bohr-Heisenberg es que elimina ciertas "anomalías causales" de

[1] Esta sugerencia permite una analogía interesante con la propuesta de que las descripciones definidas sean tratadas como bien formadas solo si se puede demostrar que denotan. Al igual que esta sugerencia, aquella también tiene efectos desafortunados sobre las reglas de formación.

la teoría cuántica (p. 41), pero es una manera inaceptablemente molesta de lograr esto ya que hace contingente la información sobre qué medidas se pueden tomar como pertinentes para ver si una expresión cuenta como bien formada o no. En vista de esto, es razonable suponer que Reichembach ve la eliminación de estas anomalías causales como la justificación de su propia propuesta. Esto se confirma por la dificultad que se le presenta al argumentar que, usando su lógica trivalente, las oraciones anómalas nunca tomarán el valor verdad (pp. 160-6).

Así, el argumento de Reichembach tiene esta estructura general: si se usa la lógica clásica, la mecánica cuántica produce algunas consecuencias inaceptables o anomalías causales. Pero si se usa la lógica trivalente, estas anomalías pueden ser evitadas y esto es, además, la manera menos molesta de evitarlas.

Por "anomalía causal" Reichembach quiere decir un enunciado que contradice las leyes establecidas para observables (p. 26). La introducción de esta idea es precedida por una discusión de los problemas sobre objetos no observables en el microcosmos (pp. 17-20); hay, como argumenta Reichembach, una clase de *descripciones equivalentes* de objetos no observables para los cuales uno escoge como verdadero el *normal*, es decir, aquel que es tal que se den las dos cláusulas: (1) las leyes de la naturaleza son las mismas tanto si los objetos son observados como si no y, (2), el estado de los objetos es el mismo, tanto si los objetos son observados, cocomo si no. La distinción entre *fenómenos* –sucesos fácilmente inferibles de los datos macrocósmicos, por ej. coincidencias entre electrones, etc.– y *inter-fenómenos* –sucesos introducidos por cadenas inferenciales de una clase mucho más complicada por ej. los sucesos entre coincidencias tales como movimientos de electrones– son entonces introducidos por analogía con la distinción observable/no observable en el macrocosmos. Se argumenta que las interpretaciones ondulatoria y corpuscular proveen descripciones equivalentes de los interfenómenos, pero no constituyen descripciones normales, pues en ambos casos es derivable que hay acontecimientos que ocurren de forma contraria a las leyes establecidas para observables (es decir (1) falla); estas expresiones son *anomalías causales*.

Una anomalía de este tipo es ilustrada por una discusión de ciertos experimentos de interferencia (pp. 24-32). Reichembach considera primero una exposición consistente en un diafragma que contiene una apertura B a través de la cual pasan rayos de luz a una pantalla dando una muestra de interferencia que, en el caso de muy bajas intensidades de radiación, consistirá en destellos individuales en una cierta área, digamos C, de la pantalla (fig. 1).

En este experimento, los fenómenos son los destellos de la pantalla. Si los interfenómenos son introducidos usando la interpretación corpuscular, se obtiene una descripción normal; las partículas individuales son emitidas desde la fuente de radiación, B interacciona con las partículas de que está compuesto el diafragma, desviándolas así de su camino, de manera que van a parar a la pantalla según la figura. Así, hay cierta probabilidad $P(A, B)$ de que una partícula que parte de A llegue a B, y una cierta probabilidad $P(A, B, C)$ de que una partícula que parte de A pasando a

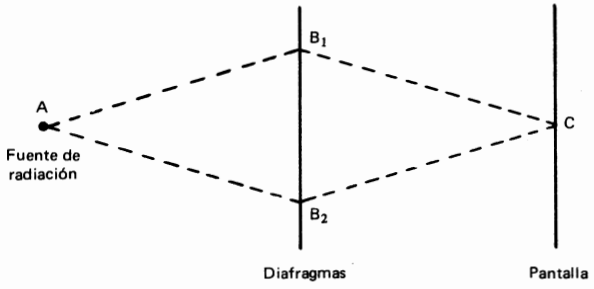


Fig. 1.

través de B llegue a C. Pero ahora supóngase que los interfenómenos son introducidos usando la interpretación ondulatoria: parten de A ondas esféricas, una pequeña parte de estas ondas pasan a través de B y se extiende hacia la pantalla, esta parte de las ondas consiste en diferentes haces de ondas cada una con un centro situado en B. Mientras la onda no ha alcanzado la pantalla cubre una superficie extensa (un hemisferio con centro en B); pero cuando alcanza la pantalla produce un destello únicamente en el punto C. Así, uno tiene que decir que la onda desaparece en todos los otros puntos. Pero esto constituye una anomalía causal; la interpretación ondulatoria rehusa dar una descripción normal.

Después, Reichembach considera una exposición igual que la primera excepto en que el diafragma tiene dos aperturas.

En este experimento, los fenómenos son, de nuevo, destellos en la pantalla, aunque la construcción es distinta de la del primer experimento. Una interpretación ondulatoria de los interfenómenos, según Reichembach, provee de una descripción

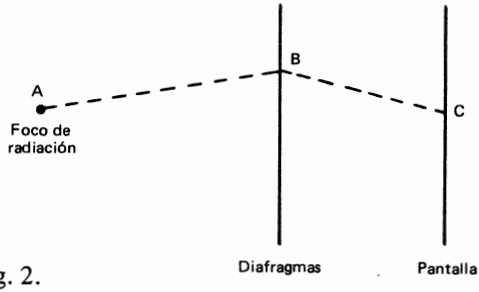


Fig. 2.

normal (p. 30). Pero una interpretación corpuscular da lugar a anomalías causales. Algunas partículas que parten de A pasan a través de B_1 y algunas a través de B_2 (algunas son también absorbidas o reflejadas por el diafragma), y la probabilidad de que una partícula alcance C puede ser dada por

$$P(A,C)=P(A,B_1).\ P(A.B_1,C)+P(A,B_2).\ P(A.B_2,C)$$

Sin embargo, si cerramos B_1 y continuamos con el proceso de radiación durante algún tiempo y entonces cerramos B_2 continuando con la radiación, las muestras superpuestas en la pantalla indican que el resultado no es el mismo que el que había cuando ambas fisuras estaban abiertas al tiempo. Así, las probabilidades P (A. B_1, C) y P(A. B_2, C) deben haber cambiado, esto es, la probabilidad de que una partícula que pasa a través de B_1 alcance C depende de si B_2 está abierto o no, una conclusión que viola el principio de acción por contacto y de este modo constituye una anomalía causal.

Así, para ambas interpretaciones, hay algún experimento que nos lleva a anomalías causales. Además, argumenta Reichembach, hay razones para pensar que no hay interpretación alguna que no implique anomalías causales (p. 44).

Reichembach discute después otra anomía causal, la paradoja de la barrera de penetración (p. 165) que, según él, su propuesta puede evitar también.

En vista de las consideraciones del cap. 2, este argumento parece inicialmente prometedor –es la *clase* de argumento que, si tiene razón, podría mostrar la necesidad de un cambio de lógica. Naturalmente no significa que se establece tal necesidad: hay un número de puntos que pueden ponerse en duda.

3. OBJECIONES AL ARGUMENTO DE REICHEMBACH

Objeción (i): es metodológicamente impropio modificar la lógica en respuesta a las dificultades físicas.

Popper dice que:

> deberíamos (en las ciencias empíricas) usar la completa lógica bivalente clásica. Si no la usamos, sino que la retraemos a una lógica más debil, por ejemplo, la lógica intuicionista o alguna lógica trivalente (como Reichembach sugiere, en conexión con la teoría cuántica), entonces afirmo que no somos bastante críticos; es una señal de que algo anda mal en Dinamarca (en el caso de la teoría cuántica en la interpretación de Copenhague).
>
> ([1970], p. 18)

Feyerabend es de un parecer igualmente escricto:

> este astuto procedimiento es el único (y el más moderno) de los muchos mecanismos que han sido inventados para el propósito de salvar una teoría incorrecta por el lado de rehusar la evidencia y... aplicado consistentemente, debe llevar a la detención e inmovilismo del progreso científico.
>
> ([1958], p. 50)

Esta clase de objeción es completamente general: se debería aplicar a *cualquier* propuesta de modificación de la lógica por parte de las dificultades de la ciencia.

La cuestión es que el cambio de lógica haría progresar la ciencia. ¿Por qué es así? Popper ofrece un criterio de demarcación de la ciencia que excluye la lógica. Pero este criterio excluye la lógica *sobre la base de que no es revisable*. Si esta es la base de su argumento resulta un círculo vicioso. Esto ha sido discutido con alguna longitud en el cap. 2 y no necesita ser tratado más aquí.

La cuestión surgiría si no pudiera haber algún otro argumento para un cambio de lógica que impidiera el progreso de la ciencia; esto sería posiblemente aceptado por Popper y podría ser más satisfactorio que su postura. Quizás un posible argumento es este: ciertas *clases* de cambio de teoría son preferibles a otros como más favorables para el progreso de la ciencia. En particular, la clase de cambio que se recomienda reemplaza la teoría dificultosa por otra más fuerte, mientras que el tipo de cambio que se estima deplorable reemplaza la teoría por otra más débil. Y, en vista de la completitud del cálculo proposicional, es de esperar que un cambio de lógica sería del segundo tipo, el menos deseable. Pero este argumento, aunque mejora el anterior, todavía falla. En primer lugar, un cambio de lógica no necesita ser de la clase sugerida. La lógica trivalente que propone Reichembach añade nuevas conectivas y, por tanto, nuevos teoremas abandonando al tiempo algunos teoremas clásicos (ver la definición de cuasi-divergencia del cap. 1). En segundo lugar, no está claro por qué un cambio audaz ha de ser preferible a uno más modesto. Un ejemplo: Buridan considera pero rechaza la hipótesis de la rotación de la tierra considerándola falsa por una consecuencia que era de esperar si fuese cierta: que si se disparase una flecha al aire caería al suelo un poco al oeste, lo cual no es confirmado por la experiencia (ver Grant [1971], pp. 66-7). Esto parece un ejemplo tan claro como podríamos desear de un caso prematuro de abandono de una teoría; una modificación modesta para evitar la falsación habría sido más favorable para el progreso científico. Uno se acuerda del comentario de Duhem de que no es sensato ocuparse de una teoría que está ya demasiado complicada en oposición a la evidencia masiva contraria, *no abandonar precipitadamente una teoría que puede ser salvada* ([1904], p. 217).

Feyerabend sostiene *su* postura de no viciar metodológicamente una teoría contra Reichembach y Putnam solo por la afirmación de que la modificación de la lógica impediría el desarrollo de nuevas teorías provechosas ([1958], p. 50). Confieso que no puedo compartir su seguridad. No es verdad en general que un intento de *salvar* una teoría no pueda producir resultados provechosos. Por ejemplo: Darwin conserva la teoría de la evolución a pesar del hecho de que estaba muy imperfectamente corroborada por los hallazgos fósiles, y argumenta que el fallo de corroboración podría deberse a la insuficiencia de los datos geológicos. (Ver Darwin [1859], especialmente capítulos 6 y 9). Feyerabend mismo reconoce subsiguientemente [(1979, §9]) que la falta *ad hoc* no es indeseable por sí misma. Y se puede argumentar que la propuesta de Reichembach ha dado lugar a una búsqueda fructuosa en lógica: Reichembach mismo argumenta de forma bastante interesante que un inconveniente de la propuesta Bohr-Heisenberg es que ¡protege la *lógica* de una prueba que debería superar!

Cualquier permanencia insegura de la propiedad metodológica del cambio de lógica debería ser mitigada de alguna manera por las siguientes consideraciones. Primera, a pesar de que uno puede estar de acuerdo en que si se toma siempre una actitud reacia a un cambio de lógica las consecuencias serían de lo más indeseables, esto no significa concluir que *siempre* las actitudes reacias tomadas por este camino hayan de ser indeseables. Sería indeseable recurrir siempre al error experimental, pero no es indeseable no hacerlo *nunca*. Segunda, el cambio de lógica es, naturalmente, no más irrevocable que cualquier otro cambio teórico, de modo que no es necesario tener miedo de que estorbara cualquier cambio subsiguiente en física.

Pienso que las objeciones metodológicas al procedimiento de Reichembach no tienen éxito. Su posición es, hasta el momento, defendible.

Objeción (ii): la modificación de la lógica para evitar dificultades en la teoría cuántica conlleva un sacrificio de simplicidad demasiado grande

El veredicto de Quine a la propuesta de Reichembach es que resulta demasiado costoso. Escribe:

> no desestimamos el precio a pagar por una lógica divergente. Hay una seria pérdida de simplicidad... Y hay una pérdida todavía más seria en la puntuación de familiaridad... El precio no es quizás completamente prohibitivo, pero los resultados tendrían que ser mejores...
> cuando uno empieza a considerar la complicada lógica que requeriría la física cuántica, empiezo a creer que se encuentra lejos de la habitual
>
> ([1970], p. 86)

El coste, en términos de simplicidad, es ciertamente relevante para la cuestión de si debemos tener en cuenta un cambio de lógica. Pero es necesario ver lo que Quine considera pérdidas y ganancias de tal cambio y preguntar si su aseveración es razonable.

Quine estima que la mayor ventaja de adoptar una lógica no estandard para la teoría cuántica es que cualquier exceso desorbitante de preguntas admisibles sobre posibles cuestiones sería evitado. De este modo toma la motivación para la aparición del principio de incertidumbre de Heisenberg de que cuando la posición de una partícula es medida con un alto grado de exactitud, el momento no puede ser medido con exactitud y viceversa; este fallo de mensurabilidad es una consecuencia de la teoría. Puesto que es teóricamente imposible medir ambas cosas: posición y momento (de la misma partícula en el mismo tiempo), la lógica clásica "contiene... cuestiones vacías".

La mayor desventaja de la adopción de una lógica no estandard, según Quine, es la falta de familiaridad y simplicidad.

La evaluación de Quine de las pérdidas y ganancias parece cuestionable.

Reichembach reclama por lo menos para su teoría no solo que provee de un sistema más económico para describir la realidad de la mecánica cuántica (hace mención de esta ventaja en la p. 43), sino también que hace posible mantener la teoría sin modificar además de eliminar las anomalías causales, y esta es una excelente forma de arreglar una teoría. Desde luego este mérito de su propuesta podría ser admitido por los críticos como Feyerabend que acusa a Reichembach de adoptar un recurso impropio para salvar una teoría incorrecta de evidencia refutable –si es que estos críticos admiten que su propuesta salvaría la teoría y que la teoría, por otra parte, pueda ser refutada. La estimación de Quine sobre las ganancias es, presumiblemente, demasiado baja.

Se debe también cuestionar la estimación que hace Quine de las pérdidas. La mayor razón que Quine ofrece de por qué la adopción de una nueva lógica para la mecánica cuántica conllevará una pérdida sustancial de simplicidad es que la lógica propuesta por Birkhoff y von Neumann no es siquiera veritativo-funcional. En ausencia de un test adecuado de simplicidad es difícil decir si una lógica vertitativo-funcional es o no más simple que una lógica no veritativo-funcional; pero, suponiendo por el momento que Quine tuviera razón, o sea, que una lógica no veritativo-funcional es inevitablemente más compleja, se debe señalar que dos de los sistemas propuestos por los autores de mecánica cuántica, el de Reichembach y el de Destouches-Fevrier, *son* veritativo-funcionales, así que su adopción conllevará un menor sacrificio en cuanto a la simplicidad.

Hay otras dificultades. Una es que Quine coloca excesivo peso en la pérdida de familiaridad e incluso va tan lejos (en Quine y Ullian [1970]) como para identificar la simplicidad y conservadurismo.[2] Otra es que considera solo la falta de simplicidad en lógica descuidando la posible ganancia en física (ver mis notas sobre la "falacia de Poincaré" en el cap. 2).

Sugiero que la estimación de Quine de los posibles beneficios puede ser demasiado baja y la de las posibles pérdidas demasiado alta. Esto no significa que el veredicto de Quine esté equivocado, pero sí muestra que la cuestión es mucho más compleja que lo que su rápido examen sugiere. Menciono solo algunas de las dificultades. Birkhoff y von Neumann, y también Putnam, reclaman para su sistema la ventaja de su isomorfismo con las matemáticas de la mecánica cuántica. Lambert reclama para el sistema (de van Fraassen) que propone el mérito del conservadurismo, ya que conserva el aparato clásico de las verdades lógicas. Quine asocia la simplicidad con ambas: familiaridad y veritativo-funcionalidad; ¿contaría el sistema de Lambert, que no es veritativo-funcional, incluso siendo más conservador, como más simple que el de Reichembach? Hay dos tipos de dificultad: una para encontrar criterios por los que juzgar la simplicidad relativa, conservadurismo relativo, etc., y otro para encontrar algunos significados por los cuales sopesar una pérdida de conservaduris-

[2] El comentario de Duhem de que ni el conservadurismo dogmático ni el radicalismo dogmático son consonantes con el buen sentido parece relevante tanto para Quine como para Popper y Feyerabend.

mo, digamos, en contraposición a un aumento de simplicidad o generalidad, o viceversa. Todavía queda una dificultad elemental: que el precio de un cambio de lógica no puede ser estimado posiblemente hasta que sea cierto *qué* cambio evitaría las anomalías. Esto, como pronto se verá, está todavía muy lejos de ser claro.

Objeción (iii): Reichembach se equivoca al pensar que las anomalías causales son derivables en la mecánica cuántica

Feyerabend dice que los enunciados anómalos no son derivables de la mecánica cuántica *únicamente*:

> Aquellas dificultades surgen solo si usamos las leyes de la mecánica cuántica *junto con* la suposición *C* (que no es una ley de mecánica cuántica)
>
> ([1958], p. 53)

Feyerabend aspira a mostrar que la derivación de anomalías causales de la teoría cuántica requiere una suposición clásica *C* que explica como sigue:

> (a) Dividir la clase de todas las propiedades que las entidades en cuestión pueden poseer *al mismo tiempo* en subclases que comprendan solo aquellas propiedades que excluyan cualquier otra. Estas subclases serán llamadas las *categorías* pertenecientes a las entidades en cuestión. Entonces cada entidad posee *siempre* una propiedad por encima de cada categoría. (b) Las categorías usadas son las clásicas. Aplicadas al caso de un electrón *C* afirma que el electrón posee siempre una posición y un momento bien definidos
>
> ([1958], p. 51)

Feyerabend sugiere que *C* pasa inadvertido dentro del argumento de Reichembach bajo la cubierta de una ambigüedad en la definición que hace Reichembach de *interpretación exhaustiva*. De acuerdo con Reichembach [1944] p. 33, una interpretación exhaustiva es aquella que "incluye una descripción completa de los interfenómenos"; según [1948] p. 342, una interpretación exhaustiva es la que "atribuye valores definidos a los inobservables". Reichembach intenta mostrar que el uso de una interpretación exhaustiva en el primer sentido (E_1) debe llevar a anomalías causales, pero solo triunfa al mostrar que el uso de una interpretación exhaustiva en el segundo sentido (E_2) lleva a esta conclusión. Y, continúa Feyerabend, suponer que todos los E_1 son E_2 es precisamente dar *C* por descontado.

Pero *C*, según Feyerabend, se puede mostrar que es falso incluso para objetos macroscópicos. Por ejemplo, el agua no posee una tensión de superficie bien definida a menos que esté en estado líquido. De este modo, la derivación de las anomalías causales requiere una suposición de que hay una causa independiente para pensar en su falsedad y que, por tanto, debería ser rechazada antes de sacrificar la teoría cuántica.

La cuestión es si el argumento de Reichembach, como Feyerabend pide, requiere C. Intentaré demostrar que no es así.

Para demostrar esto, debo dejar clara la distinción de Reichembach entre interpretaciones *exhaustivas* y *restrictivas*. Parece claro que lo que Reichembach considera como la diferencia crucial entre ellas es que la primera provee de una descripción de interfenómenos, mientras que la segunda no. Escribe:

> Llamaremos a las concepciones de este tipo *interpretaciones restrictivas* de la mecánica cuántica ya que restringen las aserciones de la mecánica cuántica a enunciados sobre fenómenos... Las interpretaciones que no usan restricciones, como la corpuscular y la ondulatoria, serán llamadas *interpretaciones exhaustivas* puesto que incluyen una descripción completa de interfenómenos.
>
> ([1944], p. 33)

Después (p. 43) aclara que cuenta a su propia propuesta de asignación de un tercer valor de verdad a los enunciados sobre interfenómenos dentro de la restrictiva, como la propuesta de Bohr-Heisenberg.

Distingamos:

(a) I_1 –interpretación que da *uno de los valores verdadero o falso* a los enunciados sobre interfenómenos

(b) I_2 –interpretación que *da un tercer valor* a los enunciados sobre interfenómenos.

(c) I_3 –interpretación que *niega que tengan sentido* los enunciados sobre interfenómenos.

está claro que las interpretaciones corpuscular, ondulatoria y ondulatoria piloto son I_1, la de Reichembach es I_2 y la de Bohr-Heisemberg I_3. I_1 corresponde a la que Reichembach llama "exhaustiva" y I_2 junto con I_3 a las que llama "restrictivas".

¿El argumento de Reichembach de que cualquier interpretación exhaustiva debe llevar a la aceptación de anomalías causales, conlleva implícitamente que C se da por supuesto? Parece que no. Aunque, por definición, una interpretación exhaustiva provee de una descripción, es decir, de enuncaidos verdaderos o falsos de los interfenómenos, esto no presupone que para *cualquier* propiedad clásica el enunciado de que el interfenómeno tiene tal propiedad sea verdadero o falso. I_1 lleva consigo la suposición:

C^1 : cada entidad posee propiedades fuera de *algunas* de las categorías clásicas

pero no la suposición más fuerte de que cada entidad posea propiedades fuera de *todas* las categorías clásicas. Por ejemplo, la interpretación corpuscular supone que las entidades tienen determinado momento y posición, pero no que tienen (digamos)

determinada frecuencia. Una interpretación exhaustiva caracteriza los interfènómenos como entidades de alguna clase particular y les adscribe propiedades fuera de las categorías clásicas definidas para entidades de tal clase, pero no adscribe naturalmente propiedades para las categorías clásicas no definidas para entidades de esa clase.

Por eso no pienso que Feyerabend haya demostrado que Reichembach de por supuesta una (ilegítima) suposición clásica.

Objeción (iv): La lógica de Reichembach no evita las anomalías causales

Las objeciones al argumento de Reichembach para un cambio de lógica han resultado defectuosas. Pero esto no significa que *el* cambio de lógica que Reichembach propone sea aceptable. La crítica que se le hace (Hempel [1945], Levi [1959]) va por el lado de la oscuridad del tercer valor de verdad; y, ciertamente, la discusión de Reichembach sobre esto ([1944], p. 42 y pp. 145-8) es muy confusa. Pero hay una clara y más inmediatamente perjudicial crítica a hacer.

Una condición necesaria de la aceptabilidad sería que la lógica cambiada evitaría las anomalías causales y que haría esto sin sacrificar ninguna ley de la mecánica cuántica, pues la motivación para un cambio de lógica fue, precisamente, ocuparse de las anomalías sin entrometerse en la física. Reichembach dice [1944] que su sistema satisface ambas condiciones.

Sin embargo, no es difícil demostrar que la segunda condición *no* se da. Lo que se requiere es que los enunciados anómalos que resultarían verdaderos si se usara la lógica clásica, se conviertan en indeterminados con la lógica de Reichembach continuando las leyes de la mecánica cuántica verdaderas. Pero, puesto que Reichembach prosigue adelante con la suposición de que un enunciado de mecánica cuántica que contenga operadores no conmutables tendría el valor "indeterminado", aquellas leyes de la mecánica cuántica que contienen tales operadores tendrán que tomar también ese valor. Hay un argumento usado por el mismo Reichembach que muestra que esto es así en el caso del principio de conservación de la energía.

> El principio requiere que la suma de energía cinética y potencial sea constante y conecte los valores simultáneos de momento y posición. Si uno de los dos es medido, un enunciado sobre la otra entidad debe ser indeterminado y por tanto un enunciado sobre la suma de los dos valores será indeterminado. Se sigue que el principio de conservación de la energía es eliminado del dominio de los enunciados verdaderos por la interpretación restrictiva sin que se transforme en un enunciado falso; es un enunciado indeterminado
>
> ([1944], p. 166)

Reichembach toma este argumento para demostrar que una de las anomalías causales (la anomalía que surge en conexión con las barreras potenciales) es eliminada por la adopción de un tercer valor lógico. Y así ocurre, pero no en la forma que Rei-

chembach quiere. Reichembach claramente intenta que las anomalías causales sean evitadas por la mecánica cuántica y que las *leyes* clásicas tengan valor de verdad y que los enunciados sobre interfenómenos que si fueran verdad serían inconsistentes con la tesis, tomen el valor indeterminado. Pero en este ejemplo la anomalía es evitada porque la ley toma el valor "indeterminado".

Así, la crítica de Feyerabend ([1958] p. 54) de que la lógica de Reichembach no evita las dificultades que pretende evitar, parece justificada.

Gardner ([1972] § 6), el cual dice que la propuesta de Reichembach no consigue evitar adecuadamente las paradojas que la motivaron, argumenta además que la modificación de Reichembach no consigue evitar otra paradoja, la del gato de Shrödinger. Y Hempel señala [1945] que es dudosa la postura de Reichembach de que su lógica evita la necesidad de expresar ciertas leyes en metalenguaje, cuestión que la propuesta de Bohr implica; pues el enunciado de lenguaje objeto de Reichembach de esas leyes es inadecuado.

Así que, según creo, es bastante cierto que el cambio de lógica que Reichembach sugiere no llega a lo que pretendía.

4. ¿EVITARA UN CAMBIO DIFERENTE DE LOGICA LAS ANOMALIAS?

Resta preguntar si cualquiera de los otros sistemas propuestos para la mecánica cuántica es más aceptable. Las alternativas asequibles incluyen: un sistema de 3 valores, la lógica de complementariedad y un sistema no veritativo-funcional: la lógica de la subjetividad propuesta por Destouches-Fevrier; la interpretación de van Fraassen de la lógica libre propuesta por Lambert para la formalización de la mecánica cuántica, y el sistema no veritativo funcional de Birkhoff y von Neumann.

Comienzo investigando el sistema propuesto por Birkhoff y von Neumann (de ahora en adelante B v N).

Estos autores reclaman para su lógica cuántica ventajas solo "heurísticas" y "cuasi-físicas". Desde luego dan por sentado el principio de que la teoría cuántica requiere nociones lógicas nuevas y, aparentemente, suponen que sus observaciones que se siguen de inmediato de que la teoría cuántica implica ciertos límites de predicción y mensurabilidad fundamentan esta opinión. (Uno puede excusarse de pensar que la completa predictibilidad y mensurabilidad sean tesis típicas de la *física* clásica mas que de la lógica clásica).

El procedimiento adoptado es, en efecto, estudiar su "lógica cuántica" a partir de las matemáticas de la teoría cuántica. Las operaciones proposicionales –conjunción, disyunción, negación– se correlacionan con operaciones de la teoría de latices –intersección, unión, ortocomplementación (respectivamente)– y la estructura del cálculo proposicional resultante se deriva de la estructura matemática. Dadas ciertas suposiciones sobre esta estructura y dada la correlación de las operaciones proposi-

cionales y operaciones de la teoría de latices, la lógica resultante es un cálculo proposicional debilitado en el cual las leyes distributivas:

(1) $(A \vee B) \& (A \vee C) \vdash A \vee (B \& C)$
(2) $(A \vee B) \& C \vdash (A \& C) \vee (B \& C)$

fracasan. LTE y doble negación se dan. Popper reclamó (en [1968]) que $B \vee N$ está de alguna manera en contra de la lógica clásica porque Birkhoff y von Neumann se refieren *al* complemento de un elemento y si una laticia es únicamente complementaria, debe ser distributiva y así booleana sometiéndose así a la lógica clásica. Así, pues, la crítica fracasa, puesto que Birkhoff y von Neumann relacionan la negación de una proposición con el ortocomplemento del elemento asociado con esa proposición y un elemento puede tener más de un complemento. Y puesto que aun cuando en latices mas generalmente complementadas un complemento definido puede ser escogido... con tal que una condición de ortogonalidad sea definida (Gericke [1966], p. 112) Birkhoff y von Neumann no están necesariamente fuera de lugar al referirse al complemento de un elemento.

A pesar de que sus autores solo reclaman la modesta virtud de la conveniencia para $B \vee N$, otros escritores dicen que la adopción de este sistema sería suficiente para evitar todas las anomalías de la teoría cuántica. Así, Finkelstein:

> todas las anomalías de la mecánica cuántica, todas las cosas que la hacen difícil de entender: la complementariedad, la interferencia, etc., son instancias de la no distributividad.
>
> ([1969], p. 208)

Y Putnam:

> Las únicas leyes de la lógica clásica que son abandonadas en la lógica cuántica son las distributivas... y toda pequeña anomalía se evapora una vez abandonadas.
>
> ([1969], p. 226)

Ni Finkelstein ni Putnam ofrecen ninguna prueba general de esta postura. Putnam sin embargo da argumentos para mostrar que las leyes distributivas son necesarias para la derivación de

> (1) la anomalía de la acción a distancia (que, según él argumenta, implica la inferencia "$(A_1 \vee A_2) \& C \vdash (A_1 \& C) \vee (A_2 \& C)$" que es una falacia en $B \vee N$) (pp. 222-3)

y

> (2) la anomalía de la barrera de energía potencial (que, según argumenta, implica la inferencia "$(E = e) \& (S_1 \vee S_2 \vee ...) \vdash (E = e \& S_1) \vee (E = e \& S_2) \vee ...$", también falacia en $B \vee N$.)

Estos argumentos son desafortunadamente inconclusivos pues, a pesar de que es verdad que las leyes distributivas son usadas en la derivación de Putnam de las paradojas, no se sigue que las paradojas no puedan ser derivadas sin ellos.

Gardner dice ([1971], pp. 523-4) que se puede demostrar que Putnam está equivocado en lo que afirma de que las anomalías casuales pueden ser evitadas, demostración llevada a cabo sobre el curiosísimo argumento de que la distributividad no fracasa en el caso de las dos aperturas. Este es un argumento ocasional pues si uno abandona un principio de inferencia no puede consiguientemente usarlo en unos casos sí y otros no. La explicación no puede ser que Gardner tiene en mente la afirmación de Putnam de que la lógica clásica se da en el nivel macrocósmico pero no en el microcósmico, puesto que su sugerencia es que las leyes distributivas clásicas se dan, al menos en algunas instancias, en el nivel *micro*.

Entonces no está claro si el dejar o no la ley distributiva es suficiente para evitar las anomalías; Putnam no ha demostrado que esto es así, pero tampoco Gardner ha demostrado contra Putnam que no sea así, Quizás se pueda hacer alguna luz en este problema comparando B v N con el sistema propuesto por Destouches-Février.

Destouches-Février participa en la suposición de Birkhoff y von Neumann de que la lógica para la mecáncia cuántica se deriva de sus matemáticas por asociación de las operaciones lógicas con las operaciones de la teoría de latices, pero difiere de lo anterior al cuestionar una suposición que se hace sobre la estructura matemática proponiendo una interpretación alternativa de las conectivas sentenciales en términos de esta estructura.

En [1951] se propusieron dos lógicas no estandard para la mecánica cuántica. La primera, llamada "lógica de la complementariedad" es un sistema de tres valores cuyo tercer valor "falsedad absoluta" se toma para proposiciones que afirman que han sido descubiertos valores simultáneos para la posición y el momento, lo cual, de acuerdo con el principio de complementariedad, no puede ser verdad. (Algunas propiedades formales de este sistema son discutidas en Törnebohm [1957].) La segunda, en la cual me concentraré, se llama "lógica de la subjetividad" y es un sistema no veritativo-funcional que difiere del de Heyting y Johanson y también del B v N. Se necesita este sistema si uno rechaza un punto de vista "objetivista" de la mecánica cuántica, es decir, si uno rehusa suponer que en un caso en el que es teóricamente imposible medir un cierto valor excepto dentro de ciertos límites de precisión, la entidad en cuestión tiene realmente algún valor particular dentro de esos límites aunque uno esté siempre incapacitado para encontrar qué valor *es*. Una teoría subjetivista es la que afirma que ante tal situación no hay más que decir que la entidad en cuestión tiene un valor dentro de un cierto conjunto de valores.

Birkhoff y von Neumann al describir la estructura matemática de la cual derivan su lógica, suponen que la condición de modularidad

$$L_5 \quad \text{Si } a \subset c, \text{ entonces } a \cup (b \cap c) = (a \cup b) \cap c$$

se satisface; pero conceden que esta suposición puede ser cuestionada preguntando en su sección de conclusiones ¿qué motivación simple y plausible hay para la condición L_5? La adopción de la condición de modularidad suministra a $B \vee N$ una versión debilitada de la ley distributiva. Subsiguientemente parece que se llega a considerar la suposición de modularidad como bastante dudosa. (Ver Mackey [1963], p. 74, Birkhoff [1967], p. 285, Piron [1964].)

Así es interesante que esta condición sea negada por Destouches-Février en la construcción de la lógica de la subjetividad (ver teorema 8, p. 205). Es abandonada también por Dishkant en su "lógica minimal" para la mecánica cuántica. Desafortunadamente los resultados no son válidos en la relación de la lógica de Dishkant a la de Destouches-Février. Destouches-Février argumenta (p. 203) que la aceptabilidad de L_5 depende de la suposición de un "número finito de dimensiones" para las cuales no hay justificación general. La suposición subyacente a L_5 dicen los mismos Birkhoff y von Neumann, es una suposición que limita la longitud de las cadenas de elementos (suposición de dimensiones finitas). En consecuencia DF difiere de $B \vee N$ al menos en que incluso la ley distributiva débil fracasa.

En ausencia de algo como una completa formulación del sistema propuesto por Destouches-Février, es muy difícil escoger entre este y $B \vee N$ (ver Mckinsy y Suppes [1954]). Pero pienso que uno está autorizado a sentirse menos convencido por lo que dicen Putnam y Finkelstein de que $B \vee N$ evita todas las anomalías, ya que no lo fundamentan con ningún argumento. Surgirían problemas si la ley distributiva debilitada que resulta de la aceptación de la condición modular pudiera no estar implicada en la derivación de las anomalías. (Si así fuese esto podría incluirse en la postura de Gardner de que la ley distributiva no fracasa en el caso de las dos aperturas.) Si así fuese, la propuesta de Destouches-Février o la de Dishkant pueden parecer más adecuadas para evitar las anomalías en vista de su rechazo de la condición modular.

5. OBJECION (v): LAS LOGICAS CUANTICAS NO SON REALMENTE LOGICAS

Una objeción que ha aparecido a menudo es que las estructuras no estandard propuestas no son realmente *lógicas*. El hecho de que la motivación para su adopción sea empírico se piensa que es suficiente para llegar a tal conclusión. Jauch por ejemplo escribe:

> El cálculo introducido aquí tiene un significado enteramente diferente del cálculo análogo usado en lógica formal. Nuestor cálculo es la formulación de un conjunto de relaciones *empíricas* obtenidas por medición... El cálculo de la lógica formal por otra parte se obtiene haciendo un análisis del significado de las proposiciones.
>
> ([1968], p. 77.)

He argumentado a lo largo del cap. 2 que puede haber razones que se pueden llamar empíricas para un cambio de lógica puesto que no me he pronunciado contra la distinción fáctico/lógico. Así que no acepto el argumento de que un cambio hecho por razones empíricas no pueda ser un cambio de lógica. Confieso sin embargo que la cuestión de si las lógicas alternativas son realmente "lógicas" me parece que pierde mucho interés una vez admitido que la lógica como cualquier otra teoría, es revisable[3].

Parece pensarse a veces que la manera en que se establecen sistemas como el de Birkhoff y von Neumann y Destouches-Février obteniendo los principios lógicos de la matemática de la mecánica cuántica, impide que sean "lógicos" propiamente hablando. No creo que la forma de construcción de esto muestre en absoluto que no sean lógicos. Después de todo la lógica clásica que presumiblemente es lógica si es que es algo, puede ser obtenida a partir del álgebra de Boole. Pero aparece la cuestión relacionada con esto de si la interpretación dada a las conectivas por el camino de identificarlas con ciertas operaciones de la teoría de latices es suficiente para justificarlas como conectivas de la lógica clásica; y *esta* cuestión, naturalmente, lleva al problema de si la lógica cuántica es rival de la clásica. Esta cuestión es particularmente difícil de contestar. Putnam dice que la de Birkhoff y von Neumann es la única interpretación posible a las conectivas

> si buscamos preservar el significaco operacional "aproximado" que las conectivas lógicas *siempre* tienen, entonces tenemos que cambiar nuestra lógica; si insistimos en la vieja lógica, entonces *no* puede ser encontrado en absoluto ningún significado operacional para las conectivas lógicas que funcione en todos los casos. ([1969], p. 240.)

Pero esto parece dudoso en vista del hecho de que la lógica de Destouches-Février difieren de la de von Neumann y Birkhoff en que contiene no una sino dos disyunciones: "v" disyunción fuerte y "V" disyunción débil. La primera relacionada con la *unión* y la segunda con la "adición de multiplicidades asociadas", es decir, aparentemente *intersección*. (Las leyes distributivas se dan para disyunción fuerte pero no para la débil.) Aunque la discusión de Destouches-Février sobre la motivación de las dos disyunciones es muy obscura, la posibilidad del desarrollo de las dos interpretaciones amenaza lo dicho por Putnam.

Vuelvo a la cuestión de si las lógicas cuánticas son realmente lógicas. Ni las razones ofrecidas a favor de las lógicas cuánticas, ni la manera de su derivación de la matemática cuántica me parecen ser estrictamente lógicas. Pero hay otra consideración –por lo que yo se ignorada en la literatura– que lleva a este resultado. Que algunos proponentes de la lógica cuántica favorecen aparentemente la reforma *local*. Se in-

---

[3] El interés en la cuestión de si la teoría de conjuntos es parte de la lógica es pertinente para desvanecer el reconocimiento de otras dificultades del programa logicista. La cuestión de demarcación parecía vital sólo mientras hubiese todavía confianza en el programa justificacionista.

clinan a pensar que se debería usar una lógica no clásica para los razonamientos de mecánica cuántica y que la lógica clásica puede ser conservada para argumentos de macronivel. Y como he discutido en el cap. 2 bajo fundamentos completamente generales, si una reforma propuesta es local y si es que suponemos que la lógica es indiferente a cualquier entidad, esto puede ser tomado como evidencia de que la reforma no es estrictamente de la lógica. Sin embargo la tendencia a favorecer la reforma local no es quizás tomada demasiado en serio. Algunos escritores tales como Birkhoff y von Neumann, simplemente limitan su atención a los razonamientos de mecánica cuántica y es esto lo que da la impresión de que sienten la necesidad de reforma local. Putnam por el contrario considera la cuestión de si la lógica clásica puede conservarse fuera de la mecánica cuántica, pero su postura podría ser interpretada diciendo que la lógica clásica, aunque estrictamente incorrecta, puede ser usada para los razonamientos de macronivel ya que no nos llevará a ningún error. Y este punto de vista es consistente con la reforma global. Destouches-Février, pienso, es el único autor considerado cuya aparente tendencia a la reforma local no puede ser explicada así; expresa a partir de las investigaciones de lógica cuántica la conclusión de que no hay lógica que funcione para cualquier entidad, sea la que sea. Esto, sin embargo, se sigue difícilmente puesto que todos los principios de la lógica más débil presumiblemente deben darse en cualquier área del discurso. Piron parece que adopta esta posición puesto que contrasta los objetos de Birkhoff y von Neumann con los suyos propios comentando

> nuestro objetivo [es] desarrollar un formalismo general válido en los dos casos [la teoría clásica y la cuántica].
>
> ([1964], p. 439.)

Si el cambio propuesto es realmente de lógica (al menos en parte) está en función de si es propuesto como global o local y no depende de ninguna forma clara de las características formales del sistema que se adopte. Sería posible por ejemplo aceptar la propuesta de Destouches-Février como un cambio de lógica con tal que fuese aceptada globalmente.

6. CONCLUSIONES

No es simple la respuesta a la pregunta de si los problemas de la mecánica cuántica han dado o darán en el futuro buenas razones para un cambio de lógica. Pero al menos se pueden esbozar las siguientes conclusiones:

(1) No es en principio imposible que los desarrollos de la física den lugar a la necesidad de cambiar la lógica,

(2) tal cambio no tiene porqué ser necesariamente un cambio metodológicamente vicioso.

(3) Sin embargo no se ha establecido concluyentemente que la teoría cuántica establezca el cambio ni que los escritos de Reichembach den lugar a tal necesidad.

(4) Para establecer tal necesidad será necesario (*i*) probar que una de las lógicas no estandard propuestas es adecuada para evitar toda anomalía sin ser tan débil que deje de abarcar las leyes de la mecánica cuántica, o inventar algún otro sistema adecuado a este respecto. La lógica de 3 valores de Reichembach es definitivamente no adecuada. Será necesario también (*ii*) suministrar algún argumento para mostrar dada alguna explicación razonablemente precisa de las nociones de simplicidad, generalidad, etc., que sobre estas bases, el cambio de lógica propuesto es preferible a cualquier cambio en física que evitará también las anomalías. Un estudio posterior en este área puede ser una dirección fructuosa para estas cuestiones. De momento no es más que un programa.

Apéndice de sistemas formales

Por conveniencia, los sistemas polivalentes son caracterizados semánticamente Para los detalles consultar Ackermann [1967], Rosser y Turquette [1952] o Hackstaff [1966].

[1] *Lógica ("clásica") bi-valente*

Caracterizada por las matrices

$\sim$	A
f	v^*
v	f

A & B	B: v	B: f
A: v	v	f
A: f	f	f

A v B	B: v	B: f
A: v	v	v
A: f	v	f

$A \supset B$	B: v	B: f
A: v	v	f
A: f	v	v

$A \equiv B$	B: v	B: f
A: v	v	f
A: f	f	v

[2] *Lógica tri-valente de Lukasiewicz*

Caracterizada por las matrices

$\sim$	A
f	v^*
i	i
v	f

A & B	B: v	B: i	B: f
A: v	v	i	f
A: i	i	i	f
A: f	f	f	f

A v B	B: v	B: i	B: f
A: v	v	v	v
A: i	v	i	i
A: f	v	i	f

A \ B	v	i	f
v	v	i	f
i	v	v	i
f	v	v	v

$A \supset B$

A \ B	v	i	f
v	v	i	f
i	i	v	i
f	f	i	v

$A \equiv B$

"i" se lee "indeterminado" o "posible", es un valor establecido para las sentencias de futuros contingentes.

Se puede extender a sistemas 4, 5, ..., n-valentes, e incluso a un sistema infinito-valente según el siguiente principio:

Representar los valores de verdad por números reales en el intervalo 0-1 y basar las tablas de verdad en las reglas

$$|\sim A| = 1 - |A|$$
$$|A \text{ v } B| = \text{máx. } [|A|, |B|]$$
$$|A \,\&\, B| = \text{min. } [|A|, |B|]$$
$$|A \supset B| = \begin{cases} 1 \text{ si } |A| \leqslant |B| \\ 1 - |A| + |B| \text{ si } |A| > |B| \end{cases}$$

Ver Lukasiewicz [1930]

[3] *Lógica tri-valente de Bochvar*

Caracterizada por las matrices

$\sim$	A
f	v^*
i	i
v	f

A \ B	v	i	f
v	v	i	f
i	i	i	i
f	f	i	f

$A \,\&\, B$

A \ B	v	i	f
v	v	i	v
i	i	i	i
f	v	i	f

A v B

A \ B	v	i	f
v	v	i	v
i	i	i	i
f	f	i	v

$A \supset B$

A \ B	v	i	f
v	v	i	f
i	i	i	i
f	f	i	v

$A \equiv B$

para las conectivas *internas*.

"*i*" se lee "paradójico" o "falto de significado" y es asignado a sentencias tales como "Esta sentencia es falsa".

Un operador de afirmación, a, es caracterizado por

a	A
v	v
f	i
f	f

y las conectivas *externas* son definidas:

$$\neg A \text{ por } \sim aA$$
$$A \,\&\, B \text{ por } aA \,\&\, aB$$
$$A \text{ v } B \text{ por } aA \text{ v } aB$$
$$A \supset B \text{ por } aA \supset aB$$
$$A \equiv B \text{ por } aA \equiv aB$$

con sus correspondientes matrices:

$\neg$	A
f	v
v	i
v	f

A \ B	$A \,\&\, B$		
	v	i	f
v	v	f	f
i	f	f	f
f	f	f	f

A \ B	A v B		
	v	i	f
v	v	v	v
i	v	f	f
f	v	f	f

A \ B	$A \supset B$		
	v	i	f
v	v	f	f
i	v	v	v
f	v	v	v

A \ B	$A \equiv B$		
	v	i	f
v	v	f	f
i	f	v	v
f	f	v	v

Ver Bochvar [1939].

[4] *Lógica tri-valente de Smiley*

Las matrices para las conectivas *primarias* son como las de las conectivas internas de Bochvar.

La matriz para el operador "v" ("es verdad que") es como la del operador de afirmación de Bochvar "a".

Las definiciones de las conectivas *secundarias* son como las externas de Bochvar.

"i" se lee "indefinido" o "sin valor de verdad" y es asignado a ciertas sentencias que contienen términos singulares que no denotan, funciones indefinidas para ciertos argumentos, etc.

Ver Smiley [1960].

[5] *Lógica tri-valente de Kleene*

Caracterizada por las matrices:

$\sim$	A
f	v^*
u	u
v	f

A \ B	$A \,\&\, B$		
	v	u	f
v	v	u	f
u	u	u	f
f	f	f	f

A \ B	$A \vee B$		
	v	u	f
v	v	v	v
u	v	u	u
f	v	u	f

A \ B	$A \supset B$		
	v	u	f
v	v	u	f
u	v	u	u
f	v	v	v

A \ B	$A \equiv B$		
	v	u	f
v	v	u	f
u	u	u	u
f	f	u	v

para las conectivas *fuertes*.

Las matrices para las conectivas *débiles* son como las correspondientes de las conectivas internas de Bochvar o las primarias de Smiley.

"u" se lee "no se sabe si verdadera o falsa" o "indeterminable si verdadera o falsa" y se asigna a sentencias indecidibles.

Ver Kleene [1952].

6] *Lógica trivalente de Woodruff*

Las matrices para la conjunción, disyunción, implicación, equivalencia son como las de las conectivas fuertes de Kleene. La tabla para "V" ("es verdad que") es como la de la "v" de Smiley.

Junto con las definiciones:

FA por $V \sim A$

$*A$ por $\sim FA$

$+A$ por $(VA \vee FA)$

$(A \rightarrow B)$ por $(VA \supset VB)$ (ver la $A \supset B$ de Bochvar y Smiley)

$(A \Rightarrow B)$ por $(+A \rightarrow B)$ ("presupone")

"u" se lee "indefinido" o "carente de valor de verdad" y se asigna a ciertas sentencias que contienen términos singulares sin denotación.

Ver Woodruff [1970].

[7] *Lógica tri-valente de Reichembach*

Las matrices para la negación diametral ("–"), conjunción, disyunción, implicación estandar ("⊃"), equivalencia estandard ("≡"), son como las de Łukasiewicz para "∼", "&", "v", "⊃", y "≡".

R_3 tiene dos nuevas formas de negación añadidas

negación cíclica

$\sim$	A
i	v^*
f	i
v	f

negación completa

$\bar{A}$	A
i	v
v	i
v	f

dos nuevas formas de implicación:

implicacion alternativa

A \ B	$A \rightarrow B$		
	v	i	f
v	v	f	f
i	v	v	v
f	v	v	v

cuasi implicación

A \ B	$A \Rightarrow B$		
	v	i	f
v	v	i	f
i	i	i	i
f	i	i	i

y una nueva forma de equivalencia:

equivalencia alternativa

A \ B	v	i	f
v	v	f	f
i	f	v	f
f	f	f	v

"*i*" se lee "indeterminado" y se asigna a sentencias sobre entidades que, en ciertas condiciones, es imposible medir.

Ver Reichembach [1944].

[8] *Lógica tri-valente de Destouches-Février*

Caracterizada por las matrices

negación 1

N	A
f	v^*
v	f
a	a

negación 2

$\sim$	A
f	v
v	f
v	a

conjunción 1

A \ B	v	f	a
v	v	f	a
f	f	f	a
a	a	a	a

conjunción 2

A \ B	v	f	a
v	a	a	a
f	a	a	a
a	a	a	a

(La conjunción es aplicable a las proposiciones "complementarias" (sin posibilidad de composición entre ellas).)

suma lógica exclusiva

A \ B	v	f	a
v	a	v	v
f	v	a	f
a	v	f	a

suma lógica

A \ B	v	f	a
v	F	v	v
f	v	a	f
a	v	f	a

disyunción inclusiva 1

A \ B	v	f	a
v	v	v	v
f	v	f	f
a	v	f	a

disyuncion inclusiva 2

A \ B	v	f	a
v	a	v	v
f	v	a	f
a	v	f	a

(La disyunción inclusiva es aplicable a proposiciones "complementarias" (sin posibilidad de composición).)

implicación

A \ B	v	f	a
v	v	f	f
f	v	v	f
a	v	v	v

identidad lógica

A \ B	v	f	a
v	v	f	f
f	f	v	f
a	f	f	v

equivalencia

A \ B	v	f	a
v	v	f	f
f	f	v	v
a	f	v	v

"*a*" se lee "absolutamente falso" y se asigna a pares complementarios de proposiciones, es decir, proposiciones que afirman que el valor de una medida de posición o momento tal que, si una es verdadera, se sigue que es teóricamente imposible que la otra pueda ser verificada o falsada. Hay que distinguir "*a*" de "identicamente falso" o "contradictorio".

"*F*" se lee "falso o absolutamente falso".

Ver Destouches-Février [1951].

[9] *Sistema polivalente de Post*

Caracterizado como sigue

$\sim$	A
2	1
3	2
4	3
.	.
.	.
.	.
$m-1$	$m-2$
m	$m-1$
1	m

A \ B	$A \vee B$					
	1	2	3 . . .	$m-2$	$m-1$	m
1	1	1	1	1	1	1
2	1	2	2	2	2	2
3	1	2	3	3	3	3
.						
.						
.						
$m-2$	1	2	3	$m-2$	$m-2$	$m-2$
$m-1$	1	2	3	$m-2$	$m-1$	$m-1$
m	1	2	3	$m-2$	$m-1$	m

donde 1, ..., m son los m "valores de verdad". P_m^{μ} designa el primer μ de los m valores de Pm.

Tenemos las definiciones

$A \,\&\, B$ por $\sim(\sim A \vee \sim B)$

$A \supset B$ por $\sim A \vee B$

$A \equiv B$ por $(A \supset B) \,\&\, (B \supset A)$

ver Post [1921].

[10] *Lógica modal tetravalente de Lukasiewicz*

Caracterizada por las matrices

$\sim$	A
0	1
3	2
2	3
1	0

A \ B	$A \supset B$			
	1	2	3	0
1	1	2	3	0
2	1	1	3	3
3	1	2	1	2
0	1	1	1	1

posibilidad$_1$		*posibilidad*$_2$	
M	A	W	A
1	1	1	1
1	2	2	2
3	3	1	3
3	0	2	0

El sistema es el producto de L_C consigo mismo; así, si los valores de L_4^m corresponden a pares ordenados de valores de L_C:

$$1 = <v, v>$$
$$2 = <v, f>$$
$$3 = <f, v>$$
$$4 = <f, f>$$

y las conectivas se especifican de manera que (siendo ϕ una conectiva arbitraria y siendo x, y valores arbitrarios):

$\sim <x, y> = <\sim x, \sim y>$ y
$<x_1, y_1> \phi <x_2, y_2> = <x_1 \phi x_2, y_1 \phi y_2>$

Ver Łukasiewicz [1957].

Sistemas sin matriz característica finita:

[11] *Cálculo intuicionista de Heyting*

Dado por el siguiente conjunto de axiomas

I $p \rightarrow (p \wedge p)$
II $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
III $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r))$
IV $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
V $q \rightarrow (p \rightarrow q)$
VI $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
VII $p \rightarrow (p \vee q)$
VIII $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
IX $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
X $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
XI $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$

Reglas: sustitución y ponendo ponens.

[12] *Cálculo intuicionista de Johansson*

Como [11] pero sin el axioma X.

Ver Johansson [1936].

[13] *Cálculo de Brikhoff y von Neumann*

El sistema no fue axiomatizado por sus autores y el hecho de que carezca de alguna conectiva análoga a "$\supset$" hace dificultoso prever el sistema de una axiomatización convencional. Puede ser descrito en términos de las condiciones (aparte de la usual transitividad reflexividad etc.) que su relación de deductibilidad debe satisfacer:

1. $A \vdash A \vee B$
2. $B \vdash A \vee B$
3. Si $A \vdash C$ y $B \vdash C$, entonces $A \vee B \vdash C$
4. $A \& B \vdash A$
5. $A \& B \vdash B$
6. $A, B \vdash A \& B$
7. $\vdash A \vee \sim A$
8. $A \vdash \sim \sim A$
9. $\sim \sim A \vdash A$
10. Si $A \vdash B$ entonces $\sim B \vdash \sim A$
11. Si $C \vdash A$ entonces $A \& (B \vee C) \vdash (A \& B) \vee C$

(11) corresponde a la condición de modularidad. Notar que (3) no permite premisas paramétricas, la admisión de tales premisas haría demostrables las indeseadas leyes distributivas.

Ver Birkhoff y von Neumann [1936].[1]

[14] *Cálculo de Destouches-Février*

El sistema no fue axiomatizado por su autor, pero evidentemente no incluiría el principio 11 de $B \vee N$, y difiere de este sistema también en tener dos formas de disyunción.

Ver Destouches-Février [1951].

[1] Me ha sido de utilidad una discusión con el Dr. T. J. Smiley sobre la axiomatización de este sistema.

Bibliografía

Ackermann, R. [1967] *Introduction to Many-Valued Logics*, Routledge & Kegan Paul, 1967

Alston, W. [1964] *Philosophy of Language*, Prentice-Hall, 1964

Aristotle [DI] *De Interpretatione*; page references to *Aristotle's Categories and de Interpretatione*, trans. Ackrill, J. L., O.U.P., 1963

Austin, J. L. [1950] 'Truth', *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplement (XXIV), 1950; and in *Philosophical Papers*, ed. Warnock, G. J. and Urmson, J. O., Clarendon, 1961, and *Truth*, ed. Pitcher, G., Prentice-Hall, 1964

Ayer, A. J. [1956] *The Problem of Knowledge*, Macmillan, 1956

Balmer, J. J. [1885] 'Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs', *Annalen der Physik und Chemie* (25), 1885; and in *A Source Book in Physics*, ed. Magie, W. F., Harvard U.P., 1963; page references to *A Source Book in Physics*

Belnap, N. D. [1960] Review of Hintikka [1959], *Journal of Symbolic Logic* (25), 1960

[1961] 'Tonk, plonk and plink', *Analysis* (22), 1961; and in *Philosophical Logic*, ed. Strawson, P. F., O.U.P., 1967

Benjamin, A. C. [1939] 'Science and vagueness', *Philosophy of Science* (VI), 1939

Bennett, J. [1959] 'Analytic/Synthetic', *Proceedings of the Aristotelian Society* (LIX), 1958–9

Birkhoff, G. and von Neumann, J. [1936] 'The logic of quantum mechanics', *Annals of Mathematics* (37), 1936

Birkhoff, G. [1967] *Lattice Theory*, American Mathematical Society, 3rd edition, 1967

Black, M. [1937] 'Vagueness', *Philosophy of Science* (IV), 1937; and in *Language and Philosophy*, Cornell U.P., 1949

[1963] 'Reasoning with loose concepts', *Dialogue* (2), 1963; and in *Margins of Precision*, Cornell U.P., 1970

[1965] 'The justification of rules of inference', in *The Foundations of Statements and Decisions*, ed. Ajdukiewicz, K., Polish Scientific Publishers, 1965; and in *Margins of Precision*, Cornell U.P., 1970

Bochvar, D. A. [1939] 'On a three-valued logical calculus and its application to the analysis of contradictories', *Matématičéskij sbornik* (4), 1939

Brouwer, L. E. J. [1952] 'Historical background, principles and methods of intuitionism', *South African Journal of Science* (49), 1952

Bunge, M. [1963] *The Myth of Simplicity*, Prentice-Hall, 1963

Burks, A. W. [1946] 'Empiricism and vagueness', *Journal of Philosophy* (XLIII), 1946

Cahn, S. [1967] *Fate, Logic and Time*, Yale U.P., 1967

Campbell, C. A. [1958] 'Contradiction: "Law" or "Convention"?', *Analysis* (18), 1957–8

Campbell, K. [1965] 'Family resemblance predicates', *American Philosophical Quarterly* (2), 1965

Cargile, J. [1969] 'The Sorites paradox', *British Journal for the Philosophy of Science* (20), 1969

Carnap, R. [1928] *Der logische Aufbau der Welt* (1928); trans. George, R. A., *The Logical Structure of the World*, Routledge & Kegan Paul, 1967

[1937] *The Logical Syntax of Language*, Harcourt, Brace, 1937; 2nd imp. Routledge & Kegan Paul, 1949

[1950] *Logical Foundations of Probability*, Chicago U.P., 1950

Cartwright, R. [1954] 'Ontology and the theory of meaning', *Philosophy of Science* (1), 1954

Chomsky, N. and Scheffler, I. [1959] See Scheffler, I. and Chomsky, N. [1959]

Cleave, J. P. [1970] 'The notion of validity in logical systems with inexact predicates', *British Journal for the Philosophy of Science* (21), 1970

Cohen, L. J. [1962] *The Diversity of Meaning*, Methuen, 1962

Cohen, M. and Nagell, E. [1934] *Introduction to Logic and Scientific Method*, Routledge & Kegan Paul, 1934; page references to Part One, *Introduction to Logic*, Routledge & Kegan Paul, 1963

Darwin, C. [1859] *The Origin of Species*, John Murray, 1859; and Penguin, 1968

Descartes, R. [1641] *Meditations on First Philosophy*, in *Philosophical Works of Descartes*, vol. I, trans. Haldane, E. S. and Ross, G. R. T., C.U.P., 1911

Destouches-Février, P. [1937] 'Les relations d'incertitude de Heisenberg et la logique', *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* (204), 1937

[1951] *La structure des théories physiques*, Presses Universitaires de France, 1951

Dishkant, H. [1972] 'Semantics of the minimal logic of quantum mechanics', *Studia Logica* (XXX), 1972

Duhem, P. [1904] *La théorie physique: son objet, sa structure* (1904); page references to *The Aim and Structure of Physical Theory*, translation of 2nd edition, 1914, by Weiner, P. P., Atheneum, 1962

Dummett, M. A. E. [1959] 'Truth', *Proceedings of the Aristotelian Society* (LIX), 1958–9; and in *Truth*, ed. Pitcher, G., Prentice-Hall, 1964; page references to *Truth*

[1959a] 'Wittgenstein's philosophy of mathematics', *Philosophical Review* (68), 1959

[1970] 'Wang's paradox', unpublished paper

Ewing, A. C. [1940] 'The linguistic theory of *a priori* propositions', *Proceedings of the Aristotelian Society* (XL), 1939–40

Farber, M. [1942] 'Logical systems and the principles of logic', *Philosophy of Science* (9), 1942

Février, P. Destouches- [1937], [1951] See Destouches-Février [1937], [1951]

Feyerabend, P. K. [1958] 'Reichenbach's interpretation of quantum mechanics', *Philosophical Studies* (XX), 1958

[1962] 'Explanation, deduction and empiricism', in *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. III, ed. Frege, H. and Maxwell, G., Minnesota U.P., 1962

[1963] 'How to be a good Empiricist', in *The Delaware Seminar in the Philosophy of Science*, vol. II, Interscience, 1963, and in *Philosophy of Science*, ed. Nidditch, P. H., O.U.P., 1968

[1970] 'Against method', in *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. IV, ed. Radner, M. and Winokur, S., Minnesota U.P., 1970

Findlay, J. N. [1933] *Meinong's Theory of Objects*, O.U.P., 1933

Finkelstein, D. [1969] 'Matter, space and logic', in *Boston Studies in the Philosophy of Science*, vol. V, ed. Cohen, R. S., and Wartofsky, M. W., Reidel, 1969

Fitting, M. C. [1969] *Intuitionistic Logic, Model Theory and Forcing*, North-Holland, 1969

van Fraassen, B. C. [1966] 'Singular terms, truth-value gaps, and free logic', *Journal of Philosophy* (LXIII), 1966

[1968] 'Presupposition, implication and self-reference', *Journal of Philosophy* (LXV), 1968

[1969] 'Presuppositions, supervaluations and free logic', in *The Logical Way of Doing Things*, ed. Lambert, K., Yale U.P., 1969

[1970] 'Rejoinder', in *The Paradox of the Liar*, ed. Martin, B. L., Yale U.P., 1970

Frege, G. [1884] *Die Grundlagen der Arithmetik*, Koebner, 1884; translated by Austin, J. L., *The Foundations of Arithmetic*, Blackwell, 1950

[1892] 'Sinn und Bedeutung', *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* (100), 1892; 'On sense and reference', in *Philosophical Writings of Gottlob Frege*, ed. Geach, P. T. and Black, M., Blackwell, 1960; page references to *Philosophical Writings*

[1903] *Grundgesetze der Arithmetik*, Band II, Verlag Hermann Pole, 1903; page references to appendix in *Philosophical Writings of Gottlob Frege*, ed. Geach, P. T. and Black, M., Blackwell, 1960

Fremlin, C. [1938] 'Must we always think in propositions?', *Analysis* (V), 1937–8

Gardner, M. R. [1971] 'Is quantum logic really logic?', *Philosophy of Science* (38), 1971

[1972] 'Two deviant logics for quantum theory', *British Journal for the Philosophy of Science* (23), 1972

Gasking, D. [1960] 'Clusters', *Australasian Journal of Philosophy* (38), 1960

Gericke, H. [1966] *Lattice Theory*, Harrap, 1966

Gilmore, P. C. [1953] 'The effect of Griss' criticism of the intuitionistic logic on deductive theories formalised within the intuitionistic logic', *Koninklijke Nederlandsche Akademie van Wetenschappen*, proceedings of the section of sciences (56), 1953

Gochet, P. [1972] *Esquisse d'une théorie nominaliste de la proposition*, Librairie Armand Colin, 1972

Goddard, L. [1966] 'Predicates, relations and categories', *Australasian Journal of Philosophy* (44), 1966

Grant, E. [1971] *Physical Science in the Middle Ages*, Wiley, 1971

Grice, H. P. and Strawson, P. F. [1956] 'In defense of a dogma', *Philosophical Review* (LXV), 1956

Griss, G. F. C. [1944] 'Negationless intuitionistic mathematics', *Indagationes Mathematicae* (6), 1944

Haack, R. J. and S. [1970] 'Token sentences, translation and truth-value', *Mind* (79), 1970

Haack, S. [1972] 'The justification of deduction', unpublished paper
[1974] 'On a theological argument for fatalism', *Philosophical Quarterly*, 1974
Hacking, I. M. [1971] 'What is logic?', unpublished paper
Hackstaff, L. [1966] *Systems of Formal Logic*, Reidel, 1966
Hailperin, T. [1953] 'Quantification theory and empty individual domain', *Journal of Symbolic Logic* (18), 1953
Hailperin, T. and Leblanc, H. [1959] 'Nondesignating singular terms', *Philosophical Review* (68), 1959
Halldén, S. [1949] *The Logic of Nonsense*, Uppsala Universitets Årsskrift, 1949
Hempel, C. [1945] Review of Reichenbach [1944], *Journal of Symbolic Logic* (10), 1945
Heyting, A. [1959] 'Some remarks on Intuitionism', in *Constructivity in Mathematics*, ed. Heyting, A., North-Holland, 1959
[1961] 'Remarques sur le constructivisme', *Logique et analyse* (4), 1960–1
[1966] *Intuitionism*, North-Holland, 1966
Hintikka, K. J. J. [1959] 'Existential presuppositions and existential commitments', *Journal of Philosophy* (56), 1959
Jaskowśki, S. [1934] 'On the rules of supposition in formal logic', *Studia Logica* (1), 1934
Jauch, J. M. [1968] *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison Wesley, 1968
Jeffrey, R. [1967] *Formal Logic, its Scope and Limits*, McGraw-Hill, 1967
Johansson, I. [1936] 'Der Minimalkalkül, ein reduzierter intuitionistische Formalismus', *Compositio Mathematica* (4), 1936
De Jongh, J. J. [1949] 'Restricted forms of intuitionistic mathematics', *Proceedings of the Xth International Congress of Philosophy*, Amsterdam, 1949
Kant, I. [1800] *Logik* (1800); page references to *Kant's Introduction to Logic*, trans. Abbott, T. K., Longmans, Green, 1885
Keenan, E. [1971] 'Two kinds of presupposition in natural languages', in *Studies in Linguistic Semantics*, ed. Fillmore and Langendœn, Holt, Rinehart & Winston, 1971
Kleene, S. C. [1945] 'On the interpretation of Intuitionistic number theory', *Journal of Symbolic Logic* (10), 1945
[1952] *Introduction to Metamathematics*, North-Holland, 1952
Kneale, W. and M. [1962] *The Development of Logic*, O.U.P., 1962
Kohl, M. [1969] 'Bertrand Russell on vagueness', *Australasian Journal of Philosophy* (47), 1969
Kolmogorov, A. N. [1925] 'On the principle of excluded middle', (1925), in *From Frege to Gödel*, ed. Heijenoort, J., Harvard U.P., 1967
Körner, S. [1960] *The Philosophy of Mathematics*, Hutchinson University Library, 1960
[1966] *Experience and Theory*, Routledge & Kegan Paul, 1966
Lambert, K. [1969] 'Logical truth and microphysics', in *The Logical Way of Doing Things*, ed. Lambert, K., Yale U.P., 1969
Land, J. P. N. [1876] 'Brentano's logical innovations', *Mind* (1), 1876
Leblanc, H. and Hailperin, T. [1959] See Hailperin, T. and Leblanc, H. [1959]
Lejewski, C. [1955] 'Logic and existence', *British Journal for the Philosophy of Science* (5), 1955; and in *Logic and Philosophy*, ed. Iseminger, G., Appleton-Century Crofts, 1968; page references to *Logic and Philosophy*

Lemmon, E. J. [1959] 'Is there only one correct system of modal logic?', *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplement (XXXIII), 1959

[1966] 'Sentences, statements and propositions', in *British Analytical Philosophy*, ed. Williams, B. A. O. and Montefiore, A., Routledge & Kegan Paul, 1966

Leonard, H. [1956] 'The logic of existence', *Philosophical Studies* (VII), 1956

Levi, I. [1959] 'Putnam's third truth-value', *Philosophical Studies* (6), 1959

Lewis, C. I. [1932] 'Alternative systems of logic', *Monist* (42), 1932

Lewy, C. [1946] 'How are the calculuses of logic and mathematics applicable to reality?', *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplement (XX), 1946

Linsky, L. [1967] *Referring*, Routledge & Kegan Paul, 1967

Łukasiewicz, J. [1920] 'On 3-valued logic' (1920) in McCall, S., *Polish Logic*, O.U.P., 1967

[1930] 'Many-valued systems of propositional logic' (1930) in McCall, S., *Polish Logic*, O.U.P., 1967

[1957] *Aristotle's Syllogistic*, O.U.P., 1957

MacColl, H. [1906] *Symbolic Logic and Its Applications*, Longmans, Green, 1906

Mackey, G. [1963] *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Benjamin, 1963

Marcus, R. Barcan [1962] 'Interpreting quantification', *Inquiry* (5), 1962

[1963] 'Modalities and intensional languages', in *Boston Studies in the Philosophy of Science*, ed. Wartofsky, M. R., Reidel, 1963

McCall, S. [1970] 'A non-classical theory of truth, with an application to Intuitionism', *American Philosophical Quarterly* (7), 1970

McKinsey, J. C. C. and Suppes, P. [1954] Review of Destouches-Février [1951] *Journal of Symbolic Logic* (19), 1954

Meinong, A. [1904] *Untersuchungen zur Gegenstandstheorie und Psychologie*, Leipzig, 1904; translated in *Realism and the Background of Phenomenology*, ed. Chisholm, R., Free Press, 1960; reprinted in *Logic and Philosophy*, ed. Iseminger, G., Appleton-Century Crofts, 1968; page references to *Logic and Philosophy*

[1915] *Uber Möglichkeit und Wahrscheinlichkeit*, Barth, 1915

Mellor, D. H. [1965] 'Experimental error and deducibility', *Philosophy of Science* (32), 1965

Mostowski, A. [1951] 'On the rules of proof in the pure functional calculus of first order', *Journal of Symbolic Logic* (16), 1951

[1960] *Thirty Years of Foundational Studies*, Barnes and Nook, 1960; Blackwell 1966

Nagel, E. and Cohen, M. [1934] See Cohen, M. and Nagel, E. [1934]

Nelson, D. [1959] 'Negation and separation of concepts', in *Constructivity in Mathematics*, ed. Heyting, A., North-Holland, 1959

Nerlich, G. [1965] 'Presupposition and entailment', *American Philosophical Quarterly* (2), 1965

von Neumann, J. and Birkhoff, G. [1936] See Birkhoff, G. and von Neumann, J. [1936]

Odegard, D. [1965] 'Excluding the middle from loose concepts', *Theoria* (31), 1965

Pap, A. [1949] *Elements of Analytic Philosophy*, Macmillan, 1949

Parsons, C. [1971] 'Ontology and mathematics', *Philosophical Review* (80), 1971
Peirce, C. S. [1877] 'The fixation of belief', *Popular Science Monthly*, 1877; and in *Readings on Logic*, ed. Copi, I. M., and Gould, J. A., Macmillan, 1971; page references to *Readings on Logic*
[1902] 'Minute Logic' in Peirce, C. S. [CP]
[CP] *Collected Papers*, ed. Hartshorne, C. and Weiss, P., Harvard U.P., 1934
Pepper, S. [1961] *World Hypotheses*, California U.P., 1961
Péter, R. [1959] 'Rekursitivität und Konstructivität', in *Constructivity in Mathematics*, ed. Heyting, A., North-Holland, 1959
Pike, N. [1965] 'Divine omniscience and voluntary action', *Philosophical Review* (74), 1965
Piron, C. [1964] 'Axiomatique quantique', *Helvetica Physica Acta* (37), 1964
Poincaré, H. [1952] *Science and Hypothesis*, Dover, 1952
Popper, K. R. [1959] *The Logic of Scientific Discovery*, Hutchinson, 1959
[1968] 'Birkhoff and von Neumann's interpretation of quantum mechanics', *Nature* (219), 1968
[1970] 'A realist view of physics, logic and history', in *Physics, Logic and History*, ed. Yourgrau, W. and Breck, D. A., Plenum, 1970
[1972] 'Two faces of commonsense', in *Objective Knowledge*, O.U.P., 1972
Post, E. [1921] 'Introduction to the general theory of elementary propositions', *American Journal of Mathematics* (43), 1921; and in *From Frege to Gödel*, ed. Heijenoort, J., Harvard U.P., 1967
Prior, A. N. [1953] 'Three-valued logic and future contingents', *Philosophical Quarterly* (3), 1953
[1954] 'Many-valued and modal systems: an intuitive approach', *Philosophical Review* (64), 1955
[1957] *Time and Modality*, O.U.P., 1957
[1960] 'The runabout inference ticket', *Analysis* (21), 1960; and in *Philosophical Logic*, ed. Strawson, P. F., O.U.P., 1967
[1964] 'Conjunction and contonktion revisited', *Analysis* (24), 1963–4
Putnam, H. [1957] 'Three-valued logic', *Philosophical Studies* (8), 1957
[1962] 'The analytic and the synthetic', in *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. III, ed. Feigl, H. and Maxwell, G., Minnesota U.P., 1962
[1969] 'Is logic empirical?', in *Boston Studies in the Philosophy of Science*, vol. V., ed. Cohen, R. S. and Wartofsky, M. R., Reidel, 1969
Quine, W. V. O. [1936] 'Truth by convention', in *Philosophical Essays for A. N. Whitehead*, ed. Lee, O. H., Longmans, Green, 1936; and in *Readings in Philosophical Analysis*, ed. Feigl, H. and Sellars, W., Appleton-Century Crofts, 1949
[1947] 'The problem of interpreting modal logic', *Journal of Symbolic Logic* (12), 1947; and in *Contemporary Readings in Logical Theory*, ed. Copi, I. M. and Gould, J. A., Macmillan, 1967
[1950] *Methods of Logic*, Holt, 1950
[1951] 'Two dogmas of empiricism', *Philosophical Review* (LX), 1951; and in *From A Logical Point of View*, Harper Torchbooks, 1953; page references to *From A Logical Point of View*
[1953] 'The problem of meaning in linguistics', in *From A Logical Point of View*, Harper Torchbooks, 1953

[1953a] 'Three grades of modal involvement', *Proceedings of the XIth International Congress of Philosophy*, vol. 14, North-Holland, 1953; and in *The Ways of Paradox*, Random House, 1966

[1954] 'Quantification and the empty domain', *Journal of Symbolic Logic* (19), 1954

[1959] 'Meaning and translation', in *On Translation*, ed. Brower, R. A., Harvard U.P., 1959; and in *The Structure of Language*, ed. Fodor, J. A. and Katz, J. J., Prentice-Hall, 1964

[1960] *Word and Object*, Wiley, 1960

[1960a] 'Carnap and logical truth', *Synthèse* (18), 1960; and in *The Philosophy of Rudolf Carnap*, ed. Schilpp, P. A., Open Court, 1963; and in *The Ways of Paradox*, Random House, 1966; page references to *The Philosophy of Rudolf Carnap*

[1960b] 'Variables explained away', *Proceedings of the American Philosophical Society* (104), 1960; and in *Selected Logic Papers*, Random House, 1966

[1962] 'Reply to Professor Marcus', (1962), in *Boston Studies in the Philosophy of Science*, ed. Wartofsky, M. R., Reidel, 1963; and in *Ways of Paradox*, Random House, 1966; page references to *Ways of Paradox*

[1968] 'Ontological relativity', *Journal of Philosophy* (65), 1968; and in *Ontological Relativity*, Columbia U.P., 1969

[1969] 'Epistemology naturalised', in *Ontological Relativity*, Columbia U.P., 1969

[1970] *Philosophy of Logic*, Prentice-Hall, 1970

[1970a] 'On the reasons for the indeterminacy of translation', *Journal of Philosophy* (67), 1970

[1970b] 'Grades of theoreticity', in *Experience and Theory*, ed. Foster, L. and Swanson, J. W., Duckworth, 1970

Quine, W. V. O. and Ullian, J. S. [1970] *The Web of Belief*, Random House, 1970

Reichenbach, H. [1935] *Wahrscheinlichkeit*, Leiden, 1935; *The Theory of Probability*, California U.P., 1949

[1944] *Philosophic Foundations of Quantum Mechanics*, California U.P., 1944

[1948] 'The principle of anomaly', *Dialectica* (2), 1948

Rescher, N. [1969] *Many-valued Logic*, McGraw-Hill, 1969

Rose, G. F. [1953] 'Propositional calculus and realisability', *Transactions of the American Mathematical Society* (75), 1953

Rosser, J. B. and Turquette, A. R. [1952] *Many-valued Logics*, North-Holland, 1952

Routley, R. [1966] 'On a significance theory', *Australasian Journal of Philosophy* (44), 1966

[1969] 'The need for nonsense', *Australasian Journal of Philosophy* (47), 1969

Russell, B. [1905] 'On denoting', *Mind* (14), 1905

[1905a] Review of Meinong [1904], *Mind* (14), 1905

[1906] Review of MacColl [1906], *Mind* (15), 1906

[1910] 'Knowledge by acquaintance and knowledge by description' (1910), in *Mysticism and Logic*, Doubleday, 1957

[1923] 'Vagueness', *Australasian Journal of Philosophy and Psychology* (1), 1923

Ryle, G. [1954] 'Formal and informal logic', in *Dilemmas*, C.U.P., 1954
Scheffler, I. and Chomsky, N. [1959] 'What is said to be', *Proceedings of the Aristotelian Society* (LIX), 1958–9
Scheurer, P. B. [1972] 'Logique fermionique et logique bosonique', *Rassegna Internazionale di Logica* (III), 1972
Schneider, H. [1961] 'A syntactical characterisation of the predicate calculus with identity and validity in all individual domains', *Portugalia Mathematica* (20), 1961
Schock, R. [1968] *Logics without existence assumptions*, Almqvist & Wiksell, 1968
Scott, D. [1967] 'Existence and description in formal logic', in *Bertrand Russell, Philosopher of the Century*, ed. Schoenman, R., Allen & Unwin, 1967
[1973] 'Does many-valued logic make sense?', paper read to *British Society for the Philosophy of Science*, 1973
Shapere, D. [1966] 'Meaning and scientific change', in *Mind and Cosmos*, ed. Colodny, R., Pittsburgh, 1966
Smiley, T. J. [1959] 'Entailment and deducibility', *Proceedings of the Aristotelian Society* (LIX), 1959
[1960] 'Sense without denotation', *Analysis* (20), 1960
Stevenson, J. T. [1961] 'Roundabout the runabout inference ticket', *Analysis* (21), 1961
Strawson, P. F. [1950] 'On referring', *Mind* (59), 1950
[1952] *Introduction to Logical Theory*, Methuen, 1952
[1954] 'Reply to Mr. Sellars', *Philosophical Review* (63), 1954
Strawson, P. F. and Grice, H. P. [1956] See Grice, H. P. and Strawson, P. F. [1956]
Strawson, P. F. [1959] *Individuals*, Methuen, 1959
[1964] 'Identifying reference and truth-values', *Theoria* (30), 1964
Suppes, P. and McKinsey, J. C. C. [1954] See McKinsey, J. C. C. and Suppes, P., [1954]
Swinburne, R. G. [1969] 'Vagueness, inexactness and imprecision', *British Journal for the Philosophy of Science* (19), 1969
Tarski, A. [1931] 'The concept of truth in formalised languages' (1931) in *Logic, Semantics and Metamathematics*, trans. Woodger, J. H., O.U.P., 1956
Taylor, R. [1962] 'Fatalism', *Philosophical Review* (71), 1962
Törnebohm [1957] 'Two logics for quantum mechanics', *Theoria* (23), 1957
Turquette, A. R. and Rosser, J. B. [1952] See Rosser, J. B. and Turquette, A. R. [1952]
Ullian, J. S. and Quine, W. V. O. [1970] See Quine, W. V. O., and Ullian, J. S. [1970]
Vasiliev, N. A. [1910] 'On particular propositions, the triangle of opposition, and the law of excluded fourths', *Včënié Zapiski Kazan' skogo Universteta* (47), 1910
[1911] *Imaginary Logic*, Kazan, 1911
Waismann, F. [1945] 'Verifiability', *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supplement (XIX), 1945
[1946] 'Are there alternative logics?', *Proceedings of the Aristotelian Society* (XLVI), 1945–6

Wallace, J. [1971] 'Convention *T* and substitutional quantification', *Noûs* (v), 1971
White, Morton G. [1956] *Towards Reunion in Philosophy*, Harvard U.P., 1956
Wittgenstein, L. [1953] *Philosophical Investigations*, Blackwell, 1953
Woodruff, P. [1970] 'Logic and truth-value gaps', in *Philosophical Problems in Logic*, ed. Lambert, K., Reidel, 1970
Zinoviev, A. A. [1963] *Philosophical Problems of Many-Valued Logic*, Reidel, 1963

Indice alfabético

Ackerman, R., 16
Alston, W., 117-119, 126
"alternativa" lógica, *ver* lógica
Angström, A.J., 128 nota
anomalías causales, 153, 158-162
Anscombe, G.E.M., 73 nota
Aristóteles, 11, 37, 38, 50, 57, 66-67, 82-90 121 nota
Austin, J.L., 64
autoevidencia, 40-41
Ayer, A.J., 88-89
Balmer, J.J., 128
Barcan Marcus, R., 147-148
Belnap, N.D., 26-141
Benjamin, A.C., 127
Bennet, J., 47
Birkhoff, G. (y von Neumann, J.), 17, 26, 33-34, 151-152, 158, 162-168, 178
bivalencia, principio de; 51, 72-78, 83-84, 86-89, 91, 94, 99, 116, 119-120, 141, *ver también* ley de tercio excluso
Black, M., 44, 116, 120, 126
Bochenski, I., 82
Bochvar, D.A., 17, 21, 34, 68, 73
Boethius, 86
Bohr, N., 152, 156, 162
Borel, E., 101
Brouwer, L.E.J., 17, 50, 99-102; *ver también* intuicionismo
Bunge, M., 69
Buridan, J., 156
Burks, A., 127
Cahn, S., 82, 89
Campbell, C.A., 24
Campbell, K., 118
Cargile, J., 120
Carnap, R., 24, 44, 126, 130
Cartwrigth, R., 150
casos dudosos, 116, 119-120
Chomsky, N (y Scheffler, I.), 150
Cleave, J.P., 124
condición de afirmación, *ver* teoría de la condición de afirmación
Cohen, J.L., 135
constructivismo, 116-118
contrarias, 62, 84, 122, *ver también* negación
Darwin, C., 156
Davidson, D., 114
deductibilidad, 23, 94-95, 105; *ver también* validez
definición ostensiva, 127-128
definición poperiana de la ciencia, 48, 135
Descartes, R., 44
descripciones, *ver* teoría de las descripciones
Destouches Fevrier, P., 17, 151-152, 158, 162, 164-167
Dewey, J., 38
Diodoro Crono, 82
Diskant, H., 152, 165
distinción analítico/sintético, 43, 45
dominio: vacío, 131, 134-136, 139-141, 146 no denumerable, 149-150
Dugundji, J., 96
Duhem, P., 42, 44-45, 128-129, 156
Dummett, M.A.E: reformista global, 17
finitista estricto, 107
teoría intuicionista del significado, 110-112
vaguedad, 119-121
eliminación de términos singulares, 126-127, 149
eliminación de términos singulares que no denotan, 50, 131-132
enunciados, 57-58, 59, 123, 133, *ver también* proposiciones y portadores de verdad
error experimental, 72, 128-130, 157, 167, *ver también* Scott, D.
evolución, *ver* teoría de la evolución
experimentos de interferencias, 153-155; *ver también* anomalías causales y mecánica cuántica
Ewing, A., 25
falsación, 44, 47-48; *ver también* Duhem, P. y Popper, K.
falta de significado, 63, 123-124
Farber, M., 18
Fatalismo, 50, 83-86, 88-90
Fevrier, P. Destouches, *ver* Destouches Fevrier, P.
Feyerabend, P.K.: método hipotético de-

ductivo, 130
tesis de variación de significado, 25
pluralismo metodológico, 43
lógica cuántica, 48, 155-161
finitismo estricto, 107, 115
Finkelstein, D., 151
física einsteniana o newtoniana, 37-39, 49
forma lógica, 54-55; *ver también* tesis de la forma engañosa
van Fraassen, B.C., 17, 20, 27, 52, 57, 66-67, 93-94, 121, 145, 146, 158, 162
Frege, G., formalización, 119
autoevidencia de las leyes lógicas, 40-41
logicismo, 44, 99
referencia y sentido, 68, 142-144
términos singulares que no denotan, 57, 64, 132-133, 137
Fremlin, C., 24
futuros contingentes, 82-98
Gardner, M. 151, 162, 165
Gasking, D., 118
Gentzen, G., 23
geometría, 38-39
Gilmore, P.C., 107
Gochet, P., 59
Goddart, L., 64, 123
Grant, E., 156
Grice, H.P. (y Strawson, P.F.), 28
Griss, G.F.C., 103
Haack, S. (y Haack, S.), 59
Haack, S. (y Haack, R.J.), 44, 86
Hacking, I.M., 47
Hackstaff, L., 19
Hailperin, T (y Leblanc, H), 140-141
Halldén, S., 64, 123
Heisenberg, W., 152, 156
Hempel, C., 161, 162
Heyting, A., 24, 50, 64, 102-110, *ver también* intuicionismo
Hintinkka, K.J., 141-142
Huecos de valor de verdad, 56-57
indeterminación del significado, 27-33, punto de vista intuicionista de 110-115
interpretación objetiva de los cuantificadores, 147-148
interpretación sustitucional de los cuantificadores, 147-150
intuicionismo, 99-115
Brouwer
punto de vista intuicionista de la matemática, 50, 64, 99-101
lógica intuicionista, 16-18, 19, 22-24, 27, 32, 34, 48, 65, 103-105; *ver también* Brouwer, L.E.J., Heyting, A. y Johansson, I
Jaskoswsky, S., 140
de Jongh, J.J., 107
Kant, I., 38-40
Keenan, E., 57
Kleene, S.C., 67-69, 74, 107-108
Kneale, W. y M., 57, 82, 90-91, 98
Kohl, M., 126
Kolmogorov, A.N., 102
Körner, S., 119, 120
Kronecker, L., 101
Lambert, K., 52, 66-67, 74, 136, 145, 151-152, 158
Land, J.P.N., 142
Lebesgue, J.L., 101
Leblanc, H.C. (y Hailperin, T.), 142
Lejewski, C., 147
Lemmon, E.J., 53, 91
Leonard, H., 140
Le Roy, E.J., 43
Lesnieswski, S., 147
Levi, C.I., 27, 35-36
Lewis, C.I., 27, 35-36
Lewy, C., 58, 61, 123
ley de Leibniz, 143-144, 148
ley de contradicción, 46-47, 116
leyes distributivas, 162-165
ley de tercio excluso, 22, 37, 74-76, 90, 91-95, 99-100, 101-103, 108, 116; *ver también* principio de bivalencia
Linsky, L., 138
lógica: "alternativa", 16-37
divergente, definiciones, 18,19
extendida, 18-19, 52-55, 103-105
deóntica, 17, 59
epistémica, 17
libre, 139-141
imperativa, 60, 124
minimal de Johansson, 17, 23-24, 109
de Diskant, 165
modal, 16-17, 18, 48, 147-148
falacias modales, 87, 89
interpretación modal de $Ł_3$ 95-96
interpretación modal de $Ł_4$ 96-97
lógicas rivales, 17, 19-20, 22-27, 37, 50, 53-55, 103-105, 166
lógicas suplementarias, 18-20, 53-55, 103-105
punto de vista absolutista, 38-42
reforma local o global, 17, 52, 55, 167-168
punto de vista pragmatista, 28, 37-38 41-51
punto de vista realista, 17
psicologismo, 40 nota, 99
revisabilidad, 28, 37-55
logicismo, 40, 44, 99, *ver también* Frege, G; Russell, B.
Łukasiewicz, J., 8, 17-18, 21, 50, 53, 82-83, 92-98
$Ł_3$, 68, 73-74, 92-98, 93
$Ł_4$, 95-98
MacCall, S., 64, 74
McColl, H., 11, 63-64, 116
Mackey, G., 165

Mckinsey, J.C.C. (y Suppes, P.), 165
Marcus, R. Barcan, 147-148
matemáticas, 51, 99-102; *ver también* logicismo y teoría de conjuntos
mecánica cuántica, 48, 50, 151-168
Meinong, A., 137-139
Mellor, H., 118, 130
Menger, K., 94, 106
metalenguajes, 77-79
Miller, D., 72 nota
Mostowski, A., 108, 140
Nagel, E. (y Cohen, M.), 58
negación, 84, 103-104, 137, 144-145
Nerlich, G., 133 nota
von Neumann, J. (y Birkhoff, G.), 17-18, 26, 33, 151-152, 158, 162-168
Neurath, O., 47
nombres propios lógicos, 136-137
notación, 14
numeración de Gödel, 108
Odegard, D., 122
omnisciencia de Dios, 86
Pap, 116
paradojas de la implicación estricta, 24
paradoja del análisis, 111
paradoja del gato (Schrödinger), 162
paradoja del Sorites, 120, 123
Parsons, C., 103
Peirce, C.S., 11, 39, 116-117, 125 nota
Pepper, S., 41
Péter, R., 108
Pike, N., 86
Piron, C., 151
Poincaré, H., 49, 101, 158
Popper, K.R., falsacionismo, 44
objeciones metodológicas al cambio de lógica, 47-48
mecánica cuántica, 155-157
verosimilitud, 71-72
portadores de verdad, 59, 90-92; *ver también* tesis del no item, proposiciones y enunciados
Post, E., 11, 19, 68, 70-71
presuposición, 60, 141-146; *ver también* Frege, G.; van Fraassen, B.; Strawson, P. F.
Principio del acuerdo maximalizado, 31-34
Principio de Dewey, 30
Prior, A.N.: futuros contingentes, 83
interpretación de la lógica tetravalente, 68-69
$Ł_3$ 95-96
tesis de la forma engañosa, 57-62
"enunciado", 77
"tonk", 26-28
problema de los gemelos primos, 64, 101
proposiciones, 57-58, 90-91, 123; *ver también* enunciados portadores de verdad
punto de vista absolutista de la lógica, *ver* lógica
punto de vista pragmatista de la lógica, *ver* lógica
punto de vista realista de la lógica, *ver* lógica
Putnam, H: significados de las conectivas, 22, 24-27
punto de vista pragmatista de la lógica, 17, 38
mecánica cuántica, 50, 158
verdad en lógicas divergentes, 77-79
Quine, W.V.O.: distinción analítico/sintético, 43-44
constructivismo, 101
tabla de verdad para la disyunción, 93
criterio de compromiso ontológico, 150
dominio vacío, 119, 134-136, 140
interpretación del cuantificador existencial, 147-150
mecánica cuántica, 157-159
alcance de la lógica, 47
teoría de conjuntos, 40
definición de simplicidad, 49
eliminabilidad de términos singulares, 126
verdad en lógicas divergentes, 73
reductio ad absurdum, 107
referencia fallia, 133-134
reforma global de la lógica, *ver* lógica
reforma local de la lógica, *ver* lógica
regla de generalización existencial, 140-141
Reichembach, H., mecánica cuántica, 17, 20, 47, 50-53, 151-161
probabilidad y verdad, 64
representabilidad recursiva, 108
Rescher, N., 11, 17, 38, 73
revisabilidad de la lógica, *ver* lógica
Rose, G.F., 108
Ross, D., 83
Rosser, J.B., 12, 61
Routley, R., 74, 123
Russell, B: teoría de las descripciones, 136-140
Frege, términos no denotativos, 133
definiciones impredicativas, 101
logicismo, 99
tesis de la forma engañosa, 57, 61-63
paradoja de Russell, 40
vaguedad, 119-120, 122-123, 33-34
Ryle, G., 54
Scheffer, I. (y Chomsky, N.), 149
Scheurer, P.B., 151
Schock, R., 140-141
Scott, P.B., 151
sentido y referencia, *ver* teoría del sentido y referencia
Shapere, D., 25
significado de las conectivas, 22-38, 43, 103-105, 110, 125, 162-163
simplicidad, 38, 49, 51, 135-136, 146-147,

150, 157-159
Slupiecki, T., 18
Smiley, T.J., 24, 34, 68, 145-146
Sobrevaloraciones, 21, 66, 74
Stevenson, J.T., 26
Strawson, P.F.: distinción analítico/sintético, 28
significado de las conectivas, 27
teoría de las descripciones, 63
interpretación del cuantificador existencial, 147
formalización, 125
tesis del no item, 57-58
relaciones lógicas entre enunciados, 59
portadores de verdad, 90
términos singulares no denotadores, 133 134
tesis del hueco de valor de verdad, 57-60
sujeto lógico, 136
supuestos existenciales, 131-150, *ver también* dominio vacío y términos singulares no denotativos
Suppes, P. (y McInsey, J.C.C.), 165
Swinburne, R., 128-129
Tarski, A., 73, 75-79
Taylor, R., 74, 82
teorema de Lowenheim-Skolem, 149
teorema de Gödel, 101
teoría de la condición de afirmación, 110-115
teoría de las descripciones, 136-140
teoría de la evolución, 156
teoría de conjuntos, 40, 90, 100-101
tesis del no item, 56-61, 123-124, 131-135, *ver también* portadores de verdad
tesis de la forma engañosa, 56, 61-63, 132, 136-140
tesis de Duhem, 30
tesis de Church, 106
tiempo, 62-63, 76, 77, 90-91, 125, 147
tópico de la neutralidad, 54; *ver también* forma lógica
Turquette, A.R., 12, 61
Ullian, J.S. (y Quine, W.V.O.), 49, 158
vaguedad, 116-130; *ver también* casos dudosos
validez, 123-124; *ver también* deductibilidad
valores designados, 73, 93
valores de verdad intermedios, 56-57, 63-72
variante notacional, 21, 34-35
Vasiliev, N.A., 11
verdad: teoría de la correspondencia, 111, 112
divergencia y teoría de la verdad, 56-79
verdad parcial, 64, 70-72
teoría de la redundancia, 111
teoría de la adecuación material de Tarski, 73-75
cuantificación sustitutiva, 148-149
Waismann, F., 69, 119-121
Wallace, J., 149
Weyl, H., 101
White, Morton G., 38 nota
Wittgenstein, L., 118
Woodruff, P., 144
Zinoviev, A.A., 11

Magallanes, 25.—Madrid-15.